2022 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□

1．□2022·□□□□□□□□□□□□□□□$a=2^{-\frac{1}{2}}$，$b=\log_4 20$，$c=\log_3 12$，□ a，b，c □□□□□□（　　）

A．$b<c<a$　　B．$a<c<b$　　C．$b<a<c$　　D．$a<b<c$

□□□□D

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a，b，c □□□□□□□□□□□□ $\frac{5}{4}$ □□□ b, c □□□□□□□□.

□□□□

$a=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in(0,1), b=\log_4 20=1+\log_4 5>1, c=\log_3 12=1+\log_3 4>1$，

$\therefore a<b, a<c$；

□ $\frac{5}{4}=\log_4 4^{\frac{5}{4}}>\log_4 5, \frac{5}{4}=\log_3 3^{\frac{5}{4}}<\log_3 4$

□ $\log_4 5<\frac{5}{4}<\log_3 4$

$\therefore b<c$.

□□ $a<b<c$

□□□D

2．□2022·□□□□·□□□□□□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□4□□□ ABC □□AC□6，$\angle ABC$□60°□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□□□（　　）

A．$18\sqrt{3}$　　B．$54\sqrt{3}$　　C．24π　　D．$\frac{16\sqrt{3}+24}{3}$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ r，□□□□□□□□□□□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□□ P □□□ ABC □□□□□□□□ $h=R+d$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ $\triangle ABC$ □□□□□□□ $r=\dfrac{AC}{2\sin\angle ABC}=2\sqrt{3}$ □

□□□□□□ $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC$ □

$36=AB^2+BC^2-AB\cdot BC\geq 2AB\cdot BC-AB\cdot BC=AB\cdot BC$ □

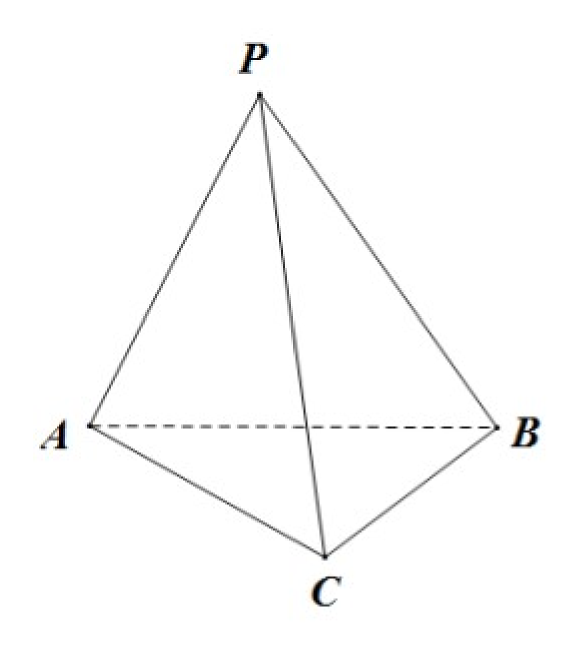
□□□□□ $AB=BC$ □□□□□

□□ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC\sin\angle ABC\leq\dfrac{1}{2}\times 36\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$,

□□□□□□□□□□ ABC □□□□ $d=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$ □

□□□ P □□□ ABC □□□□□□□□ $h=4+d=4+2$ □

□□□□□ $P-ABC$ □□□□□□□ $\dfrac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}$.



□□□A

3□□2022·□□□□·□□.□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)$□$\sin x$□$\sin 2x$□$\sin 3x$.□□（　　）

A□$f(x)$□□□□□3　　　　B□π□$f(x)$□□□□□

C. $f(x)$的图像关于$(\pi,0)$对称　　D. $f(x)$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增

【答案】C

【解析】

【分析】

由函数解析式判断各选项中的性质可得.

【详解】

$y=\sin x$取最大值1时，$x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，$y=\sin 2x$取最大值1时，$x=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$，$y=\sin 3x$取最大值1时，

$x=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6},k\in Z$，三者不可能同时取得，因此$y=\sin x+\sin 2x+\sin 3x<3$，A错；

$f(x+\pi)=\sin(x+\pi)+\sin(2x+2\pi)+\sin(3x+3\pi)=-\sin x+\sin 2x-\sin 3x$与$f(x)$不可能恒相等，$\pi$不可能是周期，B错；

$f(2\pi-x)=\sin(2\pi-x)+\sin(4\pi-2x)+\sin(6\pi-3x)=-\sin x-\sin 2x-\sin 3x=-f(x)$，

所以$f(x)$的图象关于点$(\pi,0)$对称，C正确；

函数图象是连续的，

而$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}+\sin\pi+\sin\frac{3\pi}{2}=0$，$f(\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{2}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}>f(\frac{\pi}{2})$，因此$f(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$上不可能递增，D

错误.

故选：C.

4.（2022·江苏泰州·高三期末）已知$2^a=\sqrt{3},5^b=2\sqrt{2},c=\frac{4}{5}$，则$a,b,c$的大小关系是（　　）

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

【答案】C

【解析】

【分析】

由题可得$a=\log_2\sqrt{3}=\frac{1}{4}\log_2 3^2>\frac{3}{4}$，$b=\log_5 2\sqrt{2}=\frac{1}{4}\log_5 64<\frac{3}{4}$，再利用$\left(\sqrt{3}\right)^{10}<2^8$，即得.

【详解】

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

∵ $2^a=\sqrt{3}, 5^b=2\sqrt{2}$ □

∴ $a=\log_2\sqrt{3}=\frac{1}{2}\log_2 3=\frac{1}{4}\log_2 3^2>\frac{1}{4}\log_2 8=\frac{3}{4}$ □

$b=\log_5 2\sqrt{2}=\frac{1}{4}\log_5 64<\frac{1}{4}\log_5 125=\frac{3}{4}$

∴ $a>b$ □

□ $(\sqrt{3})^{10}=243<2^8=256$ □

∴ $\sqrt{3}<2^{\frac{4}{5}}$ □ $a=\log_2\sqrt{3}<\log_2 2^{\frac{4}{5}}=\frac{4}{5}=c$,

□□ $c>a>b$.

□□□C.

5□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ R □□□□□ $f(x)$ □□ $f(2-x)=f(x)$.□ $0\le x\le 1$ □□ $f(x)=3^x+a$ □

$f(2021)+f(2022)=$ □ □

A□-4 B□-2 C□2 D□4

□□□□C

□□□□

□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□4□□□□□□□ $a=-1$ □□□□□ $f(2021)+f(2022)=f(1)+f(2)$ □□□.

□□□□

∵□□□ R □□□□□ $f(x)$ □□ $f(2-x)=f(x)$ □

∴ $f(2+x)=f(-x)=-f(x)$ □

∴ $f(4+x)=-f(x+2)=f(x)$ □□□□ $f(x)$ □□□□4□

□□ $0\le x\le 1$ □□ $f(x)=3^x+a$ □ $f(0)=0$ □

∴ $f(0)=3^0+a=0$ □□ $a=-1$ □

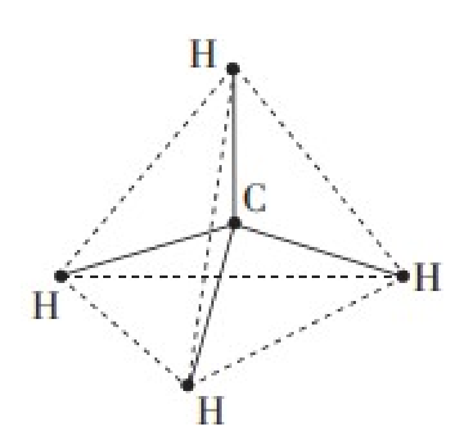
∴□ $0\le x\le 1$ □□ $f(x)=3^x-1$ □

∴ $f(1)=2,\ f(2)=f(0)=0$ □

∴ $f(2021)+f(2022)=f(1)+f(2)=2$.

□□□C.

6．□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ CH_4 □□ $d_{H\text{-}H}$ □H-H □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $d_{C\text{-}H}$ □C-H □□□□□□□□□□□ H-C-H □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $-\frac{1}{3}$ □□ $\cos\angle HCH=-\frac{1}{3}$ □□ $d_{C\text{-}H}=a$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□（　　）



A．$\frac{8\sqrt{3}a^3}{27}$　　B．$\frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$　　C．$\frac{8\sqrt{2}a^3}{27}$　　D．$\frac{8\sqrt{2}a^3}{9}$

□□□A

□□□

□□□

□□□□□□□ $d_{H\text{-}H}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□

□ $d_{H\text{-}H}=x$ □□□□□□□□ $x^2=a^2+a^2-2a^2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{8a^2}{3}$ □□□ $x=\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ □

□□□□□□□□□□□ $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $r=\frac{\frac{\sqrt{6}a}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ □

□ $h=\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{6}a}{3}\right)^2-\left(\frac{2\sqrt{2}a}{3}\right)^2}=\frac{4a}{3}$ □

□□□□□□□□□□ $\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{2\sqrt{6}a}{3}\right)^2\times\frac{4a}{3}=\frac{8\sqrt{3}a^3}{7}$ □

□□□A

7□□2022·□□·□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□

$AB\perp AC$ □ $AA_1=2BC$ □□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□□ 40π □□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□□ □

A□$4\sqrt{2}$　　B□$8\sqrt{2}$　　C□$16\sqrt{2}$　　D□$32\sqrt{2}$

□□□□B

□□□□

□□□□

□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□□□ BCC_1B_1 □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $BC=2a$ □□ $AA_1=4a$ □□□□□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□□□ BCC_1B_1 □□□□

□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□□□□ R □□ $R^2=\left(\frac{AA_1}{2}\right)^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2=5a^2$ □

□□ $4\pi\times5a^2=40\pi$ □□□ $a=\sqrt{2}$ □□ $AA_1=2BC=4\sqrt{2}$ □

□ $AB=x$ □ $AC=y$ □

□ $x^2+y^2=8$ □□ $xy\le 4$ □□□□□ $x=y=2$ □□□□□□

□□□ $ABC-A_1B_1C_1$ □□□ $V=S_{\triangle ABC}\cdot AA_1=\frac{1}{2}xy\cdot AA_1=2\sqrt{2}xy\le 8\sqrt{2}$ □

□□□B

8．□2022·□□·□□□□□□□ $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ □□□ $g(x)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$ □□□□ $[a,b]$ □□□□□□□ $b-a$ □□□□□□

□

A．$\frac{5\pi}{24}$　　B．$\frac{7\pi}{24}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{23\pi}{48}$

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ $[a,b]$ □□□□□□□□□.

□□□□

□ $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$ □□□ $k\pi-\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{5\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$ □

□ $f(x)$ □□□□□□□□ $\left[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}\right](k\in\mathbf{Z})$ □

□ $2k\pi-\pi\le 2x-\frac{\pi}{4}\le 2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ □□□ $k\pi-\frac{3\pi}{8}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{8}(k\in\mathbf{Z})$ □

□ $g(x)$ □□□□□□□□ $\left[k\pi-\frac{3\pi}{8},k\pi+\frac{\pi}{8}\right](k\in\mathbf{Z})$ □

□ $[a,b]\subseteq\left[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{8}\right](k\in\mathbf{Z})$ □□ $b-a\le\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{12}=\frac{5\pi}{24}$ □

□□□A

9．□2022·□□□□·□□□□□□□□□□ C：y^2＝$2px(p$＞$0)$□□□□ F□□□□ l□□ A，B □□□□ C □□□□□ $AF\perp BF$□□□□ AB □

□□□□□□□□□ d□□ $\frac{|AB|}{d}$ □□□□□□　　□

A□$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　B□$\sqrt{3}$　　C□$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D□$\sqrt{2}$

□□□□D

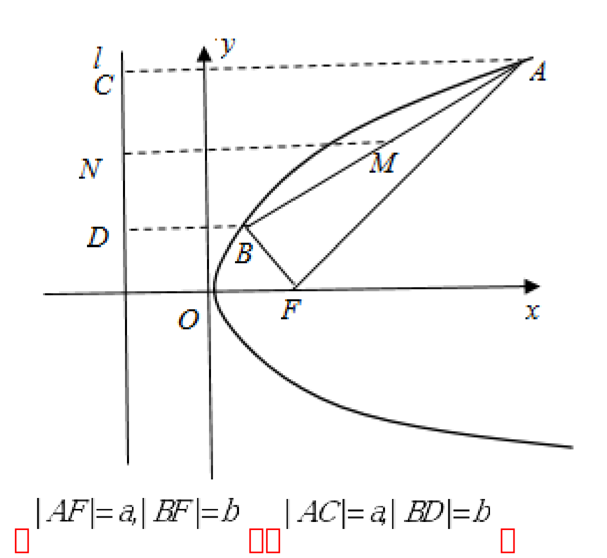
□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$|AF|,|BF|$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□d□□□□□□$\frac{|AB|}{d}$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□AB□□□□M,□□□□A,B,M□□□l□□□□□□□C□D□N□



□$|AF|=a,|BF|=b$□□$|AC|=a,|BD|=b$□

MN□□□$ACDB$□□□□□□$d=|MN|=\frac{a+b}{2}$□

□$AF\perp BF$□□□$|AB|=\sqrt{a^2+b^2}$□

□$\frac{|AB|}{d}=\frac{2\sqrt{a^2+b^2}}{a+b}$□

□□$a^2+b^2\geq\frac{(a+b)^2}{2}$□□□□$a=b$□□□□□

□$\frac{|AB|}{d}=\frac{2\sqrt{a^2+b^2}}{a+b}\geq\frac{\sqrt{2}(a+b)}{a+b}=\sqrt{2}$□

□□□D.

10□□2022·□□□□·□□□□□□□ P□□□□ 4 □□□□□ ABC □□□□□□□□□ $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+(2-2\lambda)\overrightarrow{AC}(\lambda\in\mathbf{R})$ □□ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$ □

□□□□□　　□

A□16　　　　B□12　　　　C□5　　　　D□4

□□□□C

□□□□

□□□□

□□ AC □ D□□□ $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$ □□□□ P□□□ BD □□□□□□ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=|\overrightarrow{PO}|^2-4$ □□□ $|\overrightarrow{PO}|$ □□□□□.

□□□□

□□□□□ AC □ D□□□ $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$ □

□□ $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+(2-2\lambda)\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AD}$ □□□□ P□□□ BD □□

□□□ AC □□□ O□□□ OP □

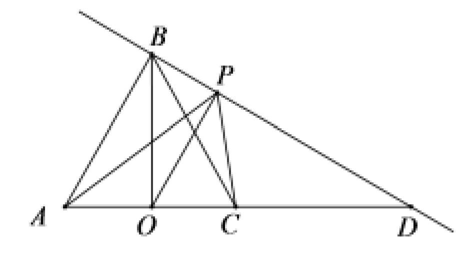
□ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{PO}-\overrightarrow{OA})=|\overrightarrow{PO}|^2-|\overrightarrow{OA}|^2=|\overrightarrow{PO}|^2-4$ □

□□□ $OP\perp BD$ □□ $|\overrightarrow{PO}|$ □□□□□□

□□ $BO=2\sqrt{3}, OD=6$ □□ $BD=4\sqrt{3}$ □□□ $|\overrightarrow{PO}|_{\min}=\frac{2\sqrt{3}\times 6}{4\sqrt{3}}=3$ □

□□ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$ □□□□□ $3^2-4=5$ □

□□□C.



11□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_5=\frac{3\pi}{8}$ □□□□ $f(x)=\left(4\cos^2\frac{x}{2}-2\right)\sin x+\cos 2x+2$ □□ $y_n=f(a_n)$ □

□□□ $\{y_n\}$ □□ 9 □□□□（　　）

A．0　　　　B．10　　　　C．16　　　　D．18

【答案】D

【分析】

【分析】

□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□ $\left(\frac{3\pi}{8},2\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

【详解】

□ $f(x)=\left(4\cos^2\frac{x}{2}-2\right)\sin x+\cos 2x+2=2\cos x\sin x+\cos 2x+2=\sin 2x+\cos 2x+2$

$=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+2$ □

□ $2x+\frac{\pi}{4}=k\pi\ (k\in Z)$ □□□ $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\ (k\in Z)$ □□ $k=1$ □□ $x=\frac{3\pi}{8}$ □

□□□ $f(x)$ □□□□□□ $\left(\frac{3\pi}{8},2\right)$ □□□

□□□□□□□□□□ $a_1+a_9=a_2+a_8=a_3+a_7=a_4+a_6=2a_5$ □

□□□□□ $\{y_n\}$ □□ 9 □□□ $f(a_1)+f(a_2)+\cdots+f(a_9)=4\times 4+f(a_5)=18$.

故选：D.

12．（2022·□□□□·□□□□□□□□□）□□ $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ □□□□□ F □□□□□ B □□□ BF □ C □□□□□□ A □□ A □ x □

□□□□□ A_1 □ O □□□□□□□ $BO=2AA_1$ □□ C □□□□□□（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【分析】

【分析】

□ $BO=2AA_1$ □□□ $BF=2FA$ □□□□□□□ A □□□□□□□ A □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□□ $F(c,0),B(0,b)$ □□ $A(x,y)$

□□ $BO=2AA_1$ □□□ $BF=2FA$ □

□□ $(c,-b)=2(x-c,y)$ □□ $\begin{cases}x=\frac{3}{2}c\\y=-\frac{b}{2}\end{cases}$ □□ $A\left(\frac{3}{2}c,-\frac{b}{2}\right)$ □

□□□ A □□□ $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ □□

□□ $\frac{\frac{9}{4}c^2}{a^2}+\frac{\frac{b^2}{4}}{b^2}=1$ □□□□ $\frac{c^2}{a^2}=\frac{1}{3}$ □

□□□□□ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ □

□□□A

13□□2022·□□□□·□□□□□□□ y□$[x]$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$[x]$□□□□□□ x □□□□□□□□□□$[□2.1]$□□3□$[3.1]$□3.□□□□ $f(x)$□$[\log_2x]$□□ $f(1)$□$f(3)$□$f(5)$□…□$f(2^{10}$□$1)$□□　　□

A□4097　　　　B□4107　　　　C□5119　　　　D□5129

□□□□B

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□ $f(n)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□ $2^i+1\le x\le 2^{i+1}-1$ □□ $f(x)=i$ □ $i\in\mathbf{N}^*$ □□ $[2^i+1,2^{i+1}-1]$ □□□□□ 2^{i-1} □□

$f(1)=0$ □ $f(3)=1$ □

$f(1)+f(3)+f(5)+\cdots+f(2^{10}+1)=0+1+2\times2+3\times2^2+\cdots+9\times2^8+10$ □

□ $T=1+2\times2+3\times2^2+\cdots+9\times2^8$ □□ $2T=2+2\times2^2+3\times2^3+\cdots+8\times2^8+9\times2^9$ □

□□□□ $-T=1+2+2^2+\cdots+2^8-9\times2^9=2^9-1-9\times2^9=-1-8\times2^9$ □

□□ $T=1+8\times2^9=4097$ □

□□ $f(1)+f(3)+f(5)+\cdots+f(2^{10}+1)=4097+10=4107$ □

□□□B□

14□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□$(0,+\infty)$□□□□ $f(x)$ □□□□□ $f'(x)$ □□ $f'(x)<\frac{f(x)}{x}$ □□□□□ x_1□$x_2\in(0,+\infty)$ □□□□□

□□□① $f(x_1+x_2)<f(x_1)+f(x_2)$ □② $f(x_1)+f(x_2)<\frac{x_2}{x_1}f(x_1)+\frac{x_1}{x_2}f(x_2)$ □③ $f(2^x)<2^x f(1)$ □④

$f(x_1x_2)<f(x_1)f(x_2)$ □□□□□□□　　□

A□①②③　　B□②④　　C□②③　　D□③

□□□□A

□□□□

□□□□

□□□□ $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ □□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□①②③④□□□□□□□□.

□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□$(0,+\infty)$□□ $f'(x)<\frac{f(x)}{x}$ □□ $xf'(x)<f(x)\Rightarrow xf'(x)-f(x)<0$.

□□□□ $g(x)=\frac{f(x)}{x}(x>0)$ □□ $g'(x)=\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}<0$□

□□ $g(x)$ □□□□□ $(x_1-x_2)\left[g(x_1)-g(x_2)\right]<0$ □

□ $(x_1-x_2)\left[\frac{f(x_1)}{x_1}-\frac{f(x_2)}{x_2}\right]<0$ □

□□□ $f(x_1)+f(x_2)<\frac{x_2}{x_1}f(x_1)+\frac{x_1}{x_2}f(x_2)$ □□□②□□□

□□$2^{x_1}>1$□□$g(2^{x_1})<g(1)$□□$\frac{f(2^{x_1})}{2^{x_1}}<\frac{f(1)}{1}\Rightarrow f(2^{x_1})<2^{x_1}f(1)$□□③□□□

□□ $x_1+x_2>x_1\Rightarrow g(x_1+x_2)<g(x_1)\Rightarrow\frac{x_1}{x_1+x_2}f(x_1+x_2)<f(x_1)$

□□ $\frac{x_2}{x_1+x_2}f(x_1+x_2)<f(x_2)$ □□□□ $f(x_1+x_2)<f(x_1)+f(x_2)$ □□①□□□

□ $f(x)=1$ □□□□□□□□□ $f(x_1x_2)=f(x_1)f(x_2)=1$ □□□④□□□.

□□□□□□□□①②③.

□□□A

□□□□

□□□.

15□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $ABCD$□□□□1□□$\overrightarrow{AB}=a$□$\overrightarrow{BC}=b$□$\overrightarrow{AC}=c$□□$|a-b+c|$□□□（　　）

A□0　　　　B□$\sqrt{2}$　　　　C□2　　　　D□$2\sqrt{2}$

□□□□C

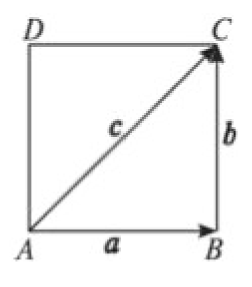
□□□□

□□□□

□□.

□□□□

□□□



□ $a+b=c$ □

$\therefore \left|a-b+c\right|=\left|a-b+a+b\right|=\left|2a\right|$□

□ $\left|a\right|=1$□

$\therefore \left|a-b+c\right|=\left|2a\right|=2$.

□□*C.*

□□□□

□□.

16□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $C_1: x^2+y^2=r^2$ □□ $C_2:(x-a)^2+(y-b)^2=4r^2(r>0)$ □□□□□ $A(x_1,y_1)$ □ $B(x_2,y_2)$ □□□□□□□□□□□□ □

A□ $x_1+x_2=a$

B□ $y_1+y_2=2b$

C□ $2ax_1+2by_1=a^2+b^2$

D□ $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$

□□□□D

□□□□

□□□□

□□ AB □ C_1C_2 □□□□□□ A□B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□D □□□.

□□□□

□□□□□□□□□□ AB □□□□ $a^2+b^2-2ax-2by=3r^2$ □□ $2ax+2by=a^2+b^2-3r^2$ □□ C □□□□

□□ $\begin{cases}2ax+2by=a^2+b^2-3r^2\\ y=\dfrac{b}{a}x\end{cases}$ □□ $_{AB}$ □□ $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ □□□ A□B □□.

$\therefore \begin{cases}2ax_1+2by_1=a^2+b^2-3r^2\\ 2ax_2+2by_2=a^2+b^2-3r^2\end{cases}$ □□□□□□□ $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$□□ D □□.

□□□D

□□□□□

17□□2022·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□ $a_1=4$ □ $2\ln a_{n+1}=a_n-1(n\in N^*)$ □□□□□□□□□□ □

A□ $\{\ln a_n\}$ □□□□□ B□□□□□ $n\in\mathbf{N}$ □ $\ln a_{n+1}\geq\frac{1}{2}\ln a_n$

C□ $a_n>1$ □□□ $n\in\mathbf{N}$ □□□ D□ $a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots\cdots a_9>4e$

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□ $(\ln a_2)^2\neq\ln a_1\cdot\ln a_3$ □□ A□□□□□□□ $x-1\geq\ln x$ □□□ $\ln a_{n+1}\geq\frac{1}{2}\ln a_n$ □□□ B, □□ B □□□□□□□□ C□□

□□□□□□□□□□□□□□□ D.

□□□□

□ $a_1=4,\ln a_2=\frac{a_1-1}{2}=\frac{3}{2},\ln a_3=\frac{a_2-1}{2}=\frac{e^{\frac{3}{2}}-1}{2}>0$ □

□□ $(\ln a_2)^2\neq\ln a_1\cdot\ln a_3$ □□ $\{\ln a_n\}$ □□□□□□A□

□ $x-1\geq\ln x$ □□□□ $x=1$ □□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□ $2\ln a_{n+1}=a_n-1\geq\ln a_n$ □

□ $\ln a_{n+1}\geq\frac{1}{2}\ln a_n$ □□ B □□□

□ B □ $\ln a_n\geq(\frac{1}{2})^{n-1}\ln a_1=(\frac{1}{2})^{n-1}\ln 4\Rightarrow a_n\geq 4^{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}>1$ □□ C □□□

$\ln(a_1a_2a_3\cdots a_9)=\ln a_1+\ln a_2+\ln a_3+\cdots+\ln a_9>\left[1+(\frac{1}{2})^1+(\frac{1}{2})^2+\cdots+(\frac{1}{2})^8\right]\ln 4=(2-\frac{1}{2^8})\ln 4$ □

$a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots\cdots a_9>4^{2-\frac{1}{2^8}}=4\times 4^{1-\frac{1}{2^8}}>4\times 4^{1-\frac{1}{4}}>4e$ □□ D □□.

□□□BCD

18□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□ a□b□□□ aa□bb□□□ □

A□a□1 B□b□1

C□ $a+b>\frac{2}{e}$

D□ $(\frac{n+1}{n})^{\frac{n+1}{n}}>(\frac{n+2}{n+1})^{\frac{n+2}{n+1}}(n\in N)$

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□ $a^a=b^b$ □□□ $a\ln a=b\ln b$ □□□□ $f(x)=x\ln x$ □□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $a^a=b^b$ □□ $a\ln a=b\ln b$ □

□ $f(x)=x\ln x$ □ $f'(x)=\ln x+1=0$ □□□ $x=\frac{1}{e}$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $(\frac{1}{e},+\infty)$ □ $f'(x)<0$ □□ $(0,\frac{1}{e})$.

□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{e})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{e},+\infty)$ □□□□□.

□□ $0<a<1,0<b<1$ □□A□□□□B□□□

□□□ $a+b>\frac{2}{e}$ □□□□ $a>\frac{2}{e}-b$ □ $a<\frac{1}{e}<b$ □□

□□□ $f(a)<f(\frac{2}{e}-b)$ □□□□ $f(b)<f(\frac{2}{e}-b)$.

□ $g(b)=f(b)-f(\frac{2}{e}-b)=b\ln b-(\frac{2}{e}-b)\ln(\frac{2}{e}-b)$ □ $\frac{1}{e}<b<1$

$g'(b)=\ln b+1+\ln\left(\frac{2}{e}-b\right)+1=\ln b\left(\frac{2}{e}-b\right)+2<0$ □

□□ $g(b)$ □ $(\frac{1}{e},1)$ □□□□□□□□ $g(b)<g(\frac{1}{e})=0$ □

□□ $a+b>\frac{2}{e}$ □□C□□□

□□ $f(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $\frac{n+1}{n}>\frac{n+2}{n+1}$ □

□□ $f(\frac{n+1}{n})>f(\frac{n+2}{n+1})$ □□□ $\frac{n+1}{n}\ln\frac{n+1}{n}>\frac{n+2}{n+1}\ln\frac{n+2}{n+1}$ □

□□$(\frac{n+1}{n})^{\frac{n+1}{n}} > (\frac{n+2}{n+1})^{\frac{n+2}{n+1}}(n\in N)$□□ D □□.

□□□BCD

19．□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□ q □□□ $C_n: a_nx^2+a_{n+1}y^2=1$ □□□□□□□□□□□（　　）

A．$q=1, C_n$ □□

B．$q=-1, C_n$ □□□□ 2

C．$q>1, C_n$ □□□□ $\sqrt{1-\frac{1}{q}}$

D．$q<0, C_n$ □□□□□□□□□

□□□□ACD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

∵□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□ q □□□ $C_n: a_nx^2+a_{n+1}y^2=1$ □

□ $q=1$ □□ $a_n=a_1>0$ □□□ $C_n: x^2+y^2=\frac{1}{a_1}>0$ □□□□ C_n □□□□ $(0,0)$ □□□□ $\sqrt{\frac{1}{a_1}}$ □□□□ A □□□

□ $q=-1$ □□ $a_n=a_1(-1)^{n-1}$ □□□ a_n □ a_{n+1} □□□□□□□□ 0□□ $C_n: a_nx^2+a_{n+1}y^2=1$ □□□□□□□□□□ C_n □□□□□ $\sqrt{2}$ □□ B □□□

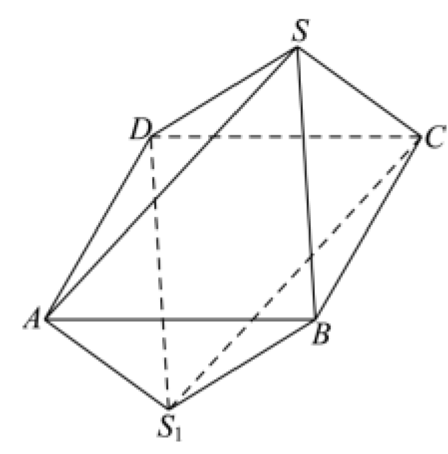
□ $q>1$ □□□□□□□□□□□ $0<a_n<a_{n+1}, \frac{1}{a_n}>\frac{1}{a_{n+1}}$ □□□□□ $C_n: a_nx^2+a_{n+1}y^2=1$ □□□ x □□□□□□

□ $C_n: \frac{x^2}{\frac{1}{a_n}}+\frac{y^2}{\frac{1}{qa_n}}=1$ □□□□□ $\sqrt{1-\frac{\frac{1}{qa_n}}{\frac{1}{a_n}}}=\sqrt{1-\frac{1}{q}}$ □□ C □□□

□ $q<0$ □□ a_n □ a_{n+1} □□□□□ $C_n: a_n x^2 + a_{n+1} y^2 = 1$ □□□□□□□□□□ $a_n x^2 + q a_n y^2 = 0$ □□ $y=\pm\sqrt{-\frac{1}{q}}x$ □□ D □□.

□□□ACD.

20□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $S-ABCD$ □ S_1-ABCD □□□□□□□□□□ Γ □□□ $\triangle SAD$ □ $\triangle S_1BC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□ $\alpha //$ □□ SAD □□□ α □□□ Γ □□□□□□□□□□□ L □□□□□□□□□□□□ □



A□ $SB\perp BC$

B□ $SC\perp AB$

C□□□□ Γ □□□□

D□ L □□□

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□□□ $SB\perp SC$ □□□ A □□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□ $SA\perp SC$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D □□.

□□□□

□□ A □□□□□ $\triangle SAB\cong\triangle SDC$ □□ $SA=SD$ □ $AB=DC$ □□ $SB=SC$ □

□□ $\triangle SBC$ □□□□□□□□□□ $SB\perp SC$ □A □□

□□ B □□□□ $SA\perp AB$ □□□ $\triangle SAB$ □□□□□□□□□□ $SA=AB$ □□ $SA=AB=a$ □

□□ $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{2}a$ □□□ $SC=\sqrt{2}a$ □

□□ $BC=AD=a$ □□ $SB^2+SC^2>BC^2$ □□ $\triangle SBC$ □□□□□□□□□□□□□□

□ $SA\neq AB$ □

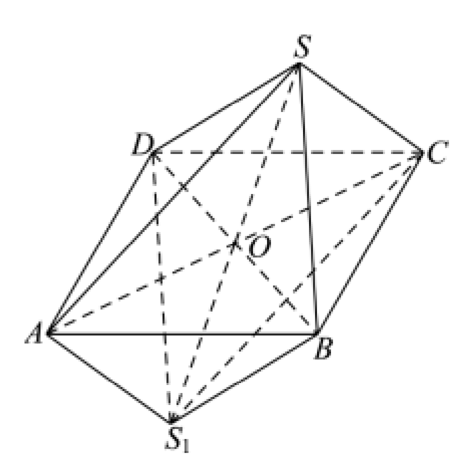
□ $SA=SB$ □□ $SC=SB=AD=BC$ □□ $\triangle SBC$ □□□□□□□□□□

□ $SB=AB$ □□□□ $\triangle SAB$ □□□□□□□□□□ $AB\perp SB$ □

□ $AB\perp BC$□ $SB\cap BC=B$□□ $AB\perp$□□ SBC□

□ $SC\subset$□□ SBC□$\therefore SC\perp AB$□B □□

□□ C □□□□□ AC□ BD□□□ O□□□ OS□ OS_1□

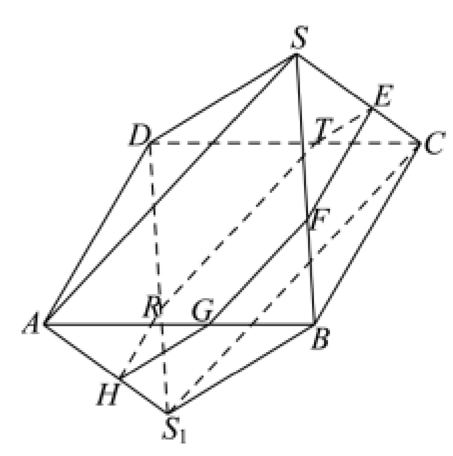


□□ $SC\perp SB$□ $SC\perp AB$□ $SB\cap AB=B$□□ $SC\perp$□□ SAB□

Q $SA\subset$□□ SAB□□ $SA\perp SC$□□ $OS=OA=OB=OC=OD=\frac{1}{2}AC$□□□ $OS_1=\frac{1}{2}AC$□

□□□□□□Γ□□□□□C □□

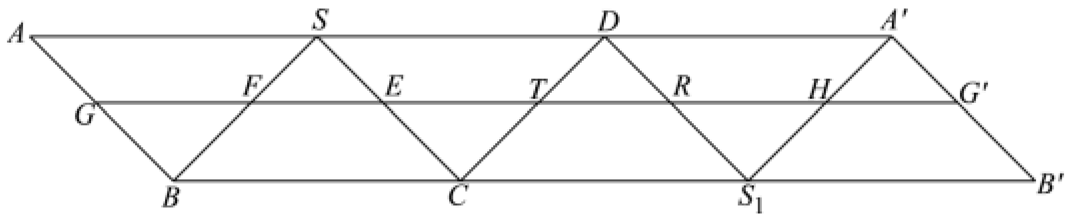
□□ D □□□□□□α□□□□Γ□□□□□□□□□□□□



□□□□$\alpha//$□□ SAD□□□ $SAB\cap$□□$\alpha=GF$□□□ $SAD\cap$□□ $SAB=SA$□□ $GF//SA$□

□□□□ $ET//SD$□ $EF//BC$□ $RH//AD$□ $GH//S_1B$□ $RT//S_1C$□

□□□ SAD□ SBC□ SCD□ S_1AB□ S_1AD□ S_1CD□□□□□□□□□□□□□□□□



由上图可知，四边形 $ABBA$ 为平行四边形，且 $AA=3SA$，

且点、F、E、T、G、H、G 共线，则 $L=GG$，

因为 $GF//SA$，从而 $GG//AA$，又因为 $AG//AG$，故四边形 $AAGG$ 为平行四边形，

故 $L=GG=AA=3SA$，D 对.

故选：BCD.

【点睛】

方法点睛：解决与球相关的切、接问题，其通法是作出截面，将空间几何问题转化为平面几何问题求解，其解题思维流程如下：

（1）定球心：如果是内切球，球心到切点的距离相等且为球的半径；如果是外接球，球心到接点的距离相等且为半径；

（2）作截面：选准最佳角度做出截面（要使这个截面尽可能多的包含球、几何体的各种元素以及体现这些元素的关系），达到空间问题平面化的目的；

（3）求半径下结论：根据作出截面中的几何元素，建立关于球的半径的方程，并求解.

21．（2022·湖北·十堰市教育科学研究院高三期末）“曼哈顿距离”是由赫尔曼·闵可夫斯基所创的词汇，是一种使用在几何度量空间的几何学用语．在平面直角坐标系中，点 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ 的曼哈顿距离为 $L_{PQ}=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$．若点 $P(-2,1)$，Q 是圆 $M:(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 上任意一点，则 L_{PQ} 的取值可能为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

【答案】ABC

【解析】

【分析】

结合曼哈顿距离的定义以及三角换元进行分析，由此确定正确选项.

【详解】

依题意圆 $M:(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

设 $Q(1+\cos\theta,1+\sin\theta),\theta\in[0,2\pi)$，

$$L_{PQ}=|-2-(1+\cos\theta)|+|1-(1+\sin\theta)|$$

$=|3+\cos\theta|+|\sin\theta|=3+\cos\theta+|\sin\theta|$

□$0\le\theta\le\pi$□□ $L_{PQ}=3+\cos\theta+\sin\theta=3+\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$□

$\frac{p}{4}£q+\frac{p}{4}£\frac{5p}{4}$□$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$□ $L_{PQ}\in\left[2,3+2\sqrt{2}\right]$□

□$\pi<\theta<2\pi$□□ $L_{PQ}=3+\cos\theta-\sin\theta=3+\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$,

$\frac{5\pi}{4}<\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9\pi}{4}$□$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$□ $L_{PQ}\in\left(2,3+2\sqrt{2}\right]$.

□□□□□ $L_{PQ}\in\left[2,3+2\sqrt{2}\right]$□ABC □□□□□D □□□□□.

□□□ABC

22□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{\sin 2x}{x^2+\cos 2x}$□□□　　□

A□ $f(x)$ □□□□□　　　B□ $f(x)$ □□□□□□

C□ $f(x)$ □□□□　　　D□ $|f(x)|<\frac{16}{\pi^2}$

□□□□BC

□□□□

□□□□

A □□□□□□□□□□□□□B □□□□□□□□□□□□□□C □□□□□□□□D □□□□□.

□□□□

□□ A□

□□ $g(x)=x^2+\cos 2x$ □□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ A □□□

□□ B□

□□ $f\left(\frac{k\pi}{2}\right)=0$□$k\in Z$□ □□ B □□□

□□ C□

$f(-x)=\frac{\sin(-2x)}{(-x)^2+\cos(-2x)}=\frac{-\sin 2x}{x^2+\cos 2x}=-f(x)$ □□ C □□□

□□ D□

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{16}{\pi^2}$ □□ D □□.

□□□BC

23□□2022·□□·□□□□□□□□□ $f(x)=4\ln x-kx-k+8$ □□□□ x □□□□ $f(x)\le 0$ □□□□□ k □□□□□□□□　　□

A□1　　B□e　　C□4　　D□e^2

□□□□CD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□ 0□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □□□□□$(0,+\infty)$ □□□□□ $f'(x)=\frac{4}{x}-k$□

□ $k\le 0$□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□ $f(1)=8-2k\ge 8$□□□□□□□

□□□ $k>0$□□$0<x<\frac{4}{k}$□□ $f'(x)>0$□□$x>\frac{4}{k}$□□ $f'(x)<0$□□ $f(x)$ □$(0,\frac{4}{k})$□□□□□$(\frac{4}{k},+\infty)$□□□□

□□□□ $x=\frac{4}{k}$□□ $f(x)_{max}=f(\frac{4}{k})=4\ln 4+4-4\ln k-k$□

□ $g(k)=4\ln 4+4-4\ln k-k$□$k>0$□□□ $g(k)$ □$(0,+\infty)$ □□□□□□ $g(4)=0$□

□ $\forall x\in(0,+\infty)$ □□□□ $f(x)\le 0$ □□□□□□ $k>0$□ $f(x)_{max}\le 0$□□□□ $g(k)\le 0=g(4)$□

□□ $k\ge 4$ □k □□□□□□ 4 □ e^2 .

□□□CD

□□□□

□□□.

24□□2022·□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\left|x^2+3x+1\right|-a|x|$ □□□□□□□□□□□□（ ）

A□□ $f(x)$ □□□□□□ $a\in(-\infty,0)$

B□□ $f(x)$ □□ 2 □□□□□ $a\in(1,5)$

C□□ $f(x)$ □□ 3 □□□□□ $a=1$ □ $a=5$

D□□ $f(x)$ □□□ 4 □□□□□ $a\in(5,+\infty)$

□□□□AC

□□□□

□□□□

□ $x=0$ □□□□ $x=0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $x\neq 0$ □□□ $f(x)=0$ □□□□□□ $a=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ □□□□□□□□□ $y=a$ □□□

$y=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ □□□□□□□□□□ $y=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□ $x=0$ □□ $f(0)=1\neq 0$ □□□ $x=0$ □□ $f(x)$ □□□□

□ $x\neq 0$ □□□ $f(x)=0$ □□ $\left|x^2+3x+1\right|-a|x|=0$ □□ $a=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ □

□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $y=a$ □□□ $y=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ □□□□□□□□

□ $x>0$ □□ $x+\frac{1}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$ □□□□□ $x=\frac{1}{x}$ □□ $x=1$ □□□□□□□□□ $x>0$ □□ $y=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|\geq 5$ □□□□□ $x=1$ □□□□□

□ $x<0$ □□ $x+\frac{1}{x}=-\left(-x+\frac{1}{-x}\right)\leq -2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=-2$ □□□□□ $x=\frac{1}{x}$ □□ $x=-1$ □□□□□□□□□ $x<0$ □□ $x+\frac{1}{x}+3\leq 1$ □□□□□

$x=-1$ 时取等号，

作出函数 $y=\left|x+\frac{1}{x}+3\right|$ 的大致图象（如下图所示），

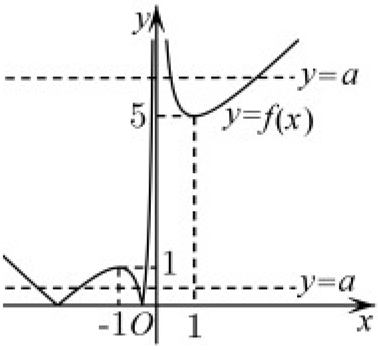
由图可知：若 $f(x)$ 没有零点，则 $a\in(-\infty,0)$，故 A 正确；

若 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 $a\in\{0\}\cup(1,5)$，故 B 不正确；

若 $f(x)$ 恰有 3 个零点，则 $a=1$ 或 $a=5$，故 C 正确；

若 $f(x)$ ）恰有 4 个零点，则 $a\in(0,1)\cup(5,+\infty)$，故 D 不正确，

故选：AC.



25.（2022·江苏海门·高三期末）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1(a>2)$ 的焦点为 F_1、F_2，点 $A(2,\sqrt{3})$ 在椭圆 C 的内部，点 M 在椭圆 C 上，则（

）

A. $a>4$

B. 椭圆 C 的离心率的取值范围为 $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. 存在点 M 使得 $MF_1\perp MF_2$

D. $|MF_1|^2+|MF_2|^2>32$

【答案】ACD

【解析】

【分析】

利用点 A 在椭圆 C 的内部可求得 a 的取值范围，可判断 A 选项；利用椭圆的离心率公式可判断 B 选项；求出点 M 的轨迹方程，判断点 M 的轨迹与椭圆的公共点，可判断 C 选项；利用两点间的距离公式可判断 D 选项.

【详解】

□□A□□□□□□□$\frac{4}{a^2}+\frac{3}{4}<1$□□□$a^2>16$□□$a>4$□A□□

□□B□□□□□C□□□□□$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2-4}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{4}{a^2}}\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$□B□□

□□C□□□□F_1□F_2□□□□□C□□□□□□□□$F_1\left(-\sqrt{a^2-4},0\right)$□$F_2\left(\sqrt{a^2-4},0\right)$□

□$c=\sqrt{a^2-4}$□□□$M(x,y)$□$F_1M=(x+c,y)$□$F_2M=(x-c,y)$□

□□$MF_1\perp MF_2$□□$F_1M\cdot F_2M=x^2-c^2+y^2=0$□

□□□□M□□$x^2+y^2=a^2-4$□□□□$\begin{cases}x^2+y^2=a^2-4\\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$□□$x^2=\frac{a^2(a^2-8)}{a^2-4}>0$□

□□$x^2+y^2=a^2-4$□□□C□□□□C□□

□□D□□□$|MF_1|^2+|MF_2|^2=(x+c)^2+(x-c)^2+2y^2=2x^2+2y^2+2c^2$

$=2\left(a^2-\frac{a^2y^2}{4}\right)+2y^2+2(a^2-4)=4a^2-8+\frac{(4-a^2)y^2}{2}\geq 4a^2-8+2(4-a^2)=2a^2>32$□D□.

□□□ACD.

26□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□2□□□□□□□□□□2□□□□□□□□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1□□□□3□□□□□□□2□□□□□□□□□□□□□2□□□5□□□□□□□□□□3□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□1□□□□□□□□□□□□$\frac{1}{3}$□□2□□□□□□□□□□□□□$\frac{1}{2}$□□□□□□□□□□□□□□□□□（　　）

A□□□□□1□□□□□□□□□□$\frac{2}{9}$

B□□□□□1□□□□□X□□□□X□□□$E(X)$□1

C□□□□2□□□□□□□□□□$\frac{3}{16}$

D□□□□□□□□□□□□□□□□95%□□

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□ $A_i, B_j (i=1,2,3, j=1,2,3,4,5)$ □□□□□□□□ i, j □□□□□□□ $P(A_i)=\frac{1}{3}, P(B_j)=\frac{1}{2}(i=1,2,3, j=1,2,3,4,5)$ □□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□ $A_i, B_j (i=1,2,3, j=1,2,3,4,5)$ □□□□□□□□ i, j □□□□□□□ $P(A_i)=\frac{1}{3}, P(B_j)=\frac{1}{2}(i=1,2,3, j=1,2,3,4,5)$ □□ A_i, B_j □

□□□□□

□□ A□□□□□ 1 □□□□□□□□□□ $P(A_1A_2\overline{A_3})+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)+P(A_1A_2A_3)=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{7}{27}$ □□□ A □

□□

□□ B□□□□□□ X □□□ 0□1□2□3□□ $P(X=0)=P(\overline{A_1}\overline{A_2}\overline{A_3})=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$,

$$P(X=1)=P(A_1\overline{A_2}\overline{A_3})+P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2\overline{A_3})=3\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$$ □

$$P(X=2)=P(A_1A_2\overline{A_3})+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$ □

$$P(X=3)=P(A_1A_2A_3)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$ □

□□ $E(X)=0\times\frac{8}{27}+1\times\frac{4}{9}+2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{1}{27}=1$ □□□ B □□□

□□ C□□□□□ 2 □□□□□□□□□□□

$$P(B_1B_2B_3\overline{B_4}\overline{B_5})+P(\overline{B_1}B_2B_3B_4\overline{B_5})+P(\overline{B_1}\overline{B_2}B_3B_4B_5)+P(B_1B_2B_3B_4\overline{B_5})$$

$$+P(\overline{B_1}B_2B_3B_4B_5)+P(B_1B_2B_3B_4B_5)=6\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{3}{16}$$ □□□ C □□□

□□ D□□ AC □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $1-\frac{7}{27}\times\frac{3}{16}=\frac{137}{144}>95\%$ □□□ D □□□

□□□BCD

27．（2022·广东清远·高三期末）已知函数 $f(x)=x+\frac{2}{x}-2$，若方程 $af(|e^x-1|)+\frac{2}{|e^x-1|}+3=0$ 恰有三个不同的实数根，则实数 a 的取值可能是（　　）

A．-5　　B．-4　　C．-3　　D．-2

【答案】BCD

【解析】

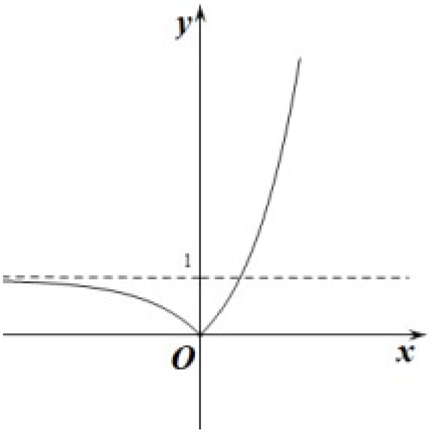
【分析】

先化简方程，再通过换元并利用根的分布分类讨论即可求解．

【详解】

原方程可化为 $a|e^x-1|^2-(2a-3)|e^x-1|+2a+2=0$．

令 $t=|e^x-1|$，则 $t\in(0,+\infty)$，其图象如下图所示：



由题意知，$at^2-(2a-3)t+2a+2=0$ 有两个不同的实数解 t_1,t_2，且 $0<t_1<1,t_2\ge1$．

记 $\varphi(t)=at^2-(2a-3)t+2a+2$，

当 $\varphi(1)=0$ 时，得 $a=-5$，此时两根分别为 1，$\frac{8}{5}$ 不符合题意，

则 $\begin{cases}a<0,\\ \varphi(0)<0,\\ \varphi(1)>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a>0,\\ \varphi(0)>0,\\ \varphi(1)<0,\end{cases}$ 解得 $-5<a<-1$，即 a 的取值范围是 $(-5,-1)$．

故选：BCD

28□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}1-|x+1|, x<0\\ f(x-2), x\geq 0\end{cases}$ □□□　　□

A□ $f(-4)+f(2021)=0$

B□ $f(\log_3 6)<f(\log_5 10)<f(\log_6 12)$

C□□□□ $g(x)=f(x)-kx-1$ □□3□□□□□ $k\in\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

D□□ $x\in\left(2k-\frac{3}{2},2k-\frac{1}{2}\right)(k\in\mathrm{N})$ □□ $f(x)>\frac{1}{2}$

□□□□BCD

□□□□

□□□□

□□□□ $f(-4)$ □ $f(2021)$ □□□□□A□□□□□□ $f(x)$ □ $(-1,0)$ □□□□□□□B□□□□□□□□ k □□□□□□□□C□□□□□

□□□ $f(x)>\frac{1}{2}$ □ $x<0$ □□□□□□□□□□□D□□□□□.

□□□□

□□A□□□ $f(-4)=1-3=-2$ □ $f(2021)=f(-1)=1$ □□ $f(-4)+f(2021)=-1$ □A□□

□□B□□□□ $x\leq -1$ □□ $f(x)=1+x+1=x+2$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□

□ $-1<x<0$ □□ $f(x)=1-(x+1)=-x$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□

□□ $1<\log_3 6<\log_3 9=2$ □ $1<\log_5 10<\log_5 25=2$ □ $1<\log_6 12<\log_6 36=2$ □

□ $\log_3 6=\log_3(3\times 2)=\log_3 2+1$ □ $\log_5 10=\log_5(5\times 2)=\log_5 2+1$ □

$\log_6 12=\log_6(6\times 2)=\log_6 2+1$ □

□□ $\ln 6>\ln 5>\ln 3>\ln 2>0$ □□□□ $\frac{\ln 2}{\ln 3}>\frac{\ln 2}{\ln 5}>\frac{\ln 2}{\ln 6}>0$ □

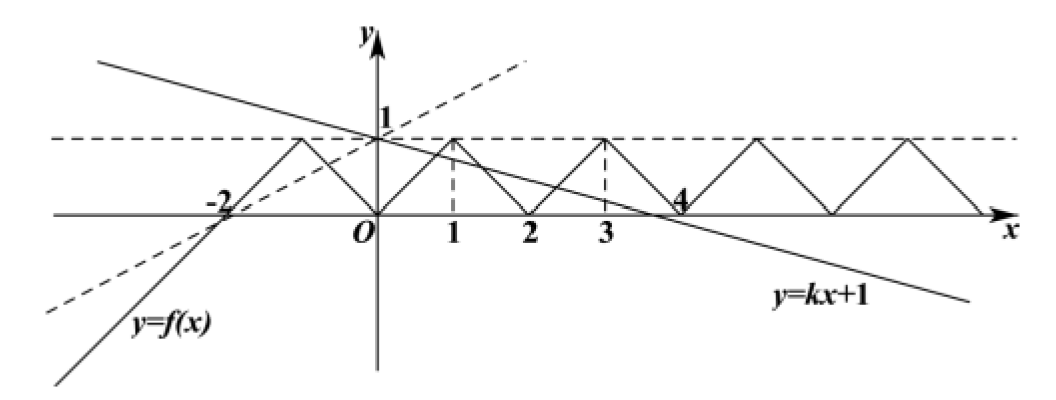
□ $\log_3 2 > \log_5 2 > \log_6 2$ □□□□ $\log_3 6 - 2 > \log_5 10 - 2 > \log_6 12 - 2$ □

□ $\log_3 6 - 2 \in (-1, 0)$ □ $\log_5 10 - 2 \in (-1, 0)$ □ $\log_6 12 - 2 \in (-1, 0)$ □

□□□ $f(\log_3 6 - 2) < f(\log_5 10 - 2) < f(\log_6 12 - 2)$ □

□ $f(\log_3 6) < f(\log_5 10) < f(\log_6 12)$ □B □□

□□C □□□□□□□ $f(x)$ □ $y = kx + 1$ □□□□□□□□□



□□□□□□ $k > 0$ □□□□ $y = kx + 1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ $k = 0$ □□□□ $y = kx + 1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□ $y = kx + 1$ □□□ $f(x)$ □□□□ 3 □□□□

□ $\begin{cases} 2k + 1 > 0 \\ 4k + 1 < 0 \end{cases}$ □□□ $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{4}$ □C □□

□□D □□□□ $x < 0$ □□□ $f(x) = 1 - |x + 1| > \frac{1}{2}$ □□ $|x + 1| < \frac{1}{2}$ □□□ $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}$ □

□ $x \geq 0$ □□ $f(x) = f(x - 2)$ □□□□□□□□ $x \in \left(2k - \frac{3}{2}, 2k - \frac{1}{2}\right)(k \in \mathbb{N})$ □□ $f(x) > \frac{1}{2}$ □D □.

□□□BCD.

29□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□2 □□□□ $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ □□□ BD_1 □□□ α □□ AA_1 □□ E □□□ CC_1 □□ F □□□ □

A□ $BF = ED_1$　　　　　　　　B□□ E□F□□ $EF \perp$ □□ DBB_1D_1

C□□□ BFD_1E □□□□□ $2\sqrt{6}$　　　　　　　　D□□ α □□□□□□□□□□□

□□□ABCD

□□□

□□□

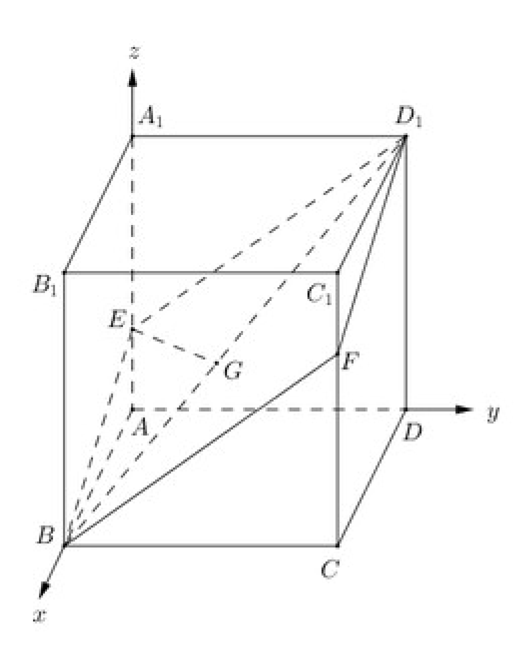
□□□A □□□□□□□□□□ $\vec{BF} = \vec{ED_1}$ □□□□B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C□□□ $EG \perp BD_1$ □ BD_1 □ G□

□□□□ G □□□□□□□□□ BFD_1E □□□□□□□ BFD_1E □□□□□ $2\sqrt{6}$ □□□□ D □□□□ α □□□□□□□□□□□

□□□.

□□□

□□□□



□□□□□□□□□□□ $A-xyz$ □□□

$A(0,0,0)$ □ $B(2,0,0)$ □ $C(2,2,0)$ □ $D(0,2,0)$ □ $A_1(0,0,2)$ □ $B_1(2,0,2)$ □ $C_1(2,2,2)$ □ $D_1(0,2,2)$

□□□ $E(0,0,a)$ □ $F(2,2,b)$ □□ $\vec{BF}=(0,2,b)$ □ $\vec{ED_1}=(0,2,2-a)$

由直线 BD_1、BE、BF 均在平面 α 内，平面 $BCC_1B_1 // $ 平面 ADD_1A_1，则平面 α 与平面 BCC_1B_1、平面 ADD_1A_1 分别交于 BF、ED_1，根据平面平行的性质可知，则有：$BF // ED_1$

同理：$BE // FD_1$，故四边形 $EBFD_1$ 为平行四边形，则选项 A 正确；

由 $\vec{BF}=\vec{ED_1}$，可得：$b=2-a$

又 $\vec{EF}=(2,2,2-2a)$，$\vec{BD}=(-2,2,0)$，$\vec{BB_1}=(0,0,2)$

要使得 $EF\perp$ 平面 DBB_1D_1，则有：$\begin{cases}\vec{EF}\cdot\vec{BD}=0\\ \vec{EF}\cdot\vec{BB_1}=0\end{cases}$

解得：$a=1$

故选项 B 正确；

设四边形 BFD_1E 面积为 S，$\left|\vec{BD_1}\right|=2\sqrt{3}$

设 $EG\perp BD_1$ 交 BD_1 于 G，设 $G(x,y,z)$，则有：

$\vec{EG}\cdot\vec{BD_1}=0$

且 $\vec{BG}=\lambda\vec{BD_1}$

解得：$G\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{3}a,\frac{2}{3}+\frac{1}{3}a,\frac{2}{3}+\frac{1}{3}a\right)$

则有：$\left|\vec{EG}\right|=\sqrt{\frac{2}{3}a^2-\frac{4}{3}a+\frac{8}{3}}$

故 $S=\left|\vec{BD_1}\right|\cdot\left|\vec{EG}\right|=2\sqrt{2(a^2-2a+4)}=2\sqrt{2\left((a-1)^2+3\right)}$

当 $a=1$ 时，S 取得最小值为 $2\sqrt{6}$，故答案 C 正确；

对于选项 D，由于平面 α 是平分正方体，则体积是相等的，故选项 D 正确.

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

□□□ $ABCD$

30□□2022·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)$□ekx□$g(x)$□$\frac{\ln x}{k}$□□□ k≠0□□□　　□

A□□□ $P(a$□$b)$□ $f(x)$□□□□□□□ $Q(b$□$a)$□ $g(x)$□□□□

B□□ k□e □□□ A□B □□□ $f(x)$□$g(x)$□□□□□□□|AB|□□□□□ $\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}}$

C□□ k□1 □□□□ $F(x)$□$f(x)$□$g(x)$□□□□□□□$\frac{5}{2}$

D□□ k□□2e □□□□ $G(x)$□$f(x)$□$g(x)$□ 3 □□□

□□□□ACD

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□ A□

□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□ $y=x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=x$ □□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B□

□□□□□□ $F(x)=f(x)-g(x)$ □□□□□□□ C□

□□□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ D□

□□□□

□ $y=\mathrm{e}^{kx}$□$\ln y=kx$□$x=\frac{\ln y}{k}$□□□ $g(x)=\frac{\ln x}{k}$ □ $f(x)=\mathrm{e}^{kx}$□□□□□□□□□□□□□□□ $y=x$□□□A □□□

$k=\mathrm{e}$□□ $f(x)=\mathrm{e}^{\mathrm{e}x}$□ $f'(x)=\mathrm{e}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{e}x}$□□ $\mathrm{e}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{e}x}=1$□ $x=-\frac{1}{\mathrm{e}}$□ $f(-\frac{1}{\mathrm{e}})=\frac{1}{\mathrm{e}}$□

□□□□ $y=f(x)$ □□□□ $y=x$ □□□□□□□□□ $M\left(-\frac{1}{\mathrm{e}},\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$□ □□□ M $x-y=0$ □□□□ $d=\frac{\left|-\frac{1}{\mathrm{e}}-\frac{1}{\mathrm{e}}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}}$□□□

$|AB|_{\min}=2d=\frac{2\sqrt{2}}{\mathrm{e}}$ □B □□

$k=1$□□ $F(x)=f(x)-g(x)=\mathrm{e}^x-\ln x$□□ $F'(x)=\mathrm{e}^x-\frac{1}{x}$□ $F'(x)$ □□□□□

$F(\frac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$□$F(1)=e-1>0$□□□$F(x)$□$(\frac{1}{2},1)$□□□$(0,+\infty)$□□□□□□$x_0$□

$F(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$□$0<x<x_0$□□$F(x)<0$□$x>x_0$□□$F(x)>0$□□$F(x)$□$(0,x_0)$□□□□□$(x_0,+\infty)$□□□□□□

$F(x)_{min}=F(x_0)=e^{x_0}-\ln x_0$□

$e^{x_0}-\frac{1}{x_0}=0$ $x_0=\ln\frac{1}{x_0}=-\ln x_0$□□□□ $F(x)_{min}=\frac{1}{x_0}+x_0$□

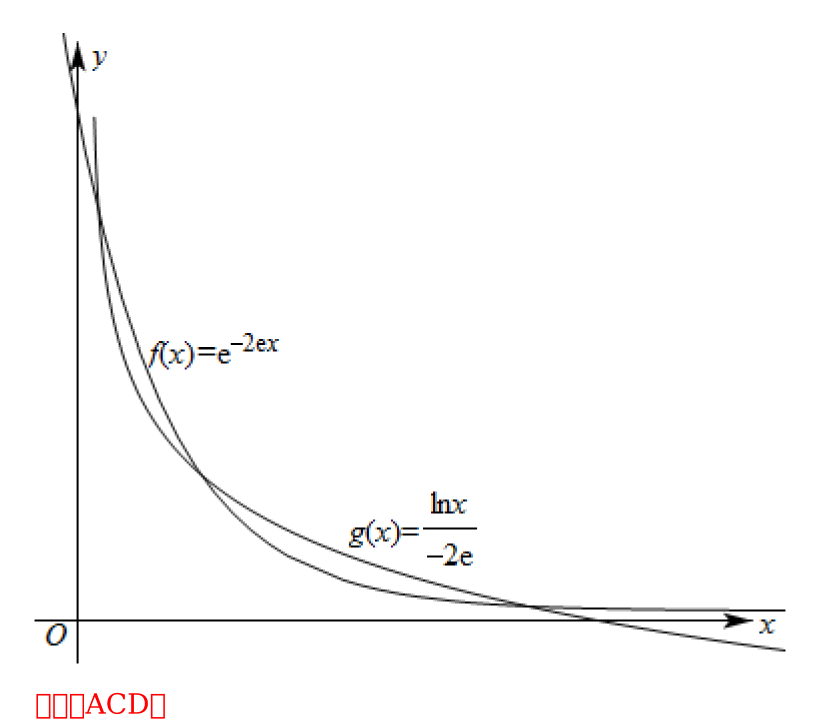
□□□□□□$y=\frac{1}{x}+x$□$(\frac{1}{2},1)$□□□□□□$x_0\in(\frac{1}{2},1)$□

□□$F(x)_{min}=\frac{1}{x_0}+x_0<2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$□C □□□

$k=-2e$□□$f(x)=e^{-2ex}$□□□□□$g(x)=\frac{\ln x}{-2e}$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$y=x$□□□□□□

$f(x)$□□□□x□□□□□$g(x)$□□□□$(1,0)$□□□x□□□□x□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$(0,1)$□□□□□□□□□□□□

□$y=f(x)$□$y=g(x)$□□□□3□□□□□□$G(x)=f(x)-g(x)$□3□□□□D □□□



□□□ACD□

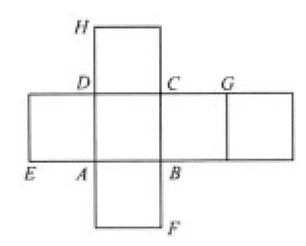
□□□□

□□ $f(x)$ □ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $y=x$ □□

□□

31．□2022·□□·□□（　　）



A．$AE//CD$　　B．$CH//BE$　　C．$DG\perp BH$　　D．$BG\perp DE$

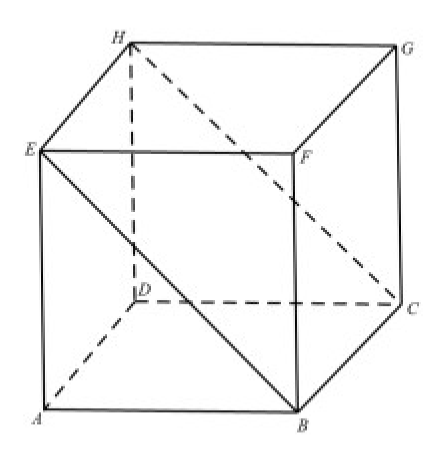
□□□□BCD

□□□□

□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□□□□□□

$AE\perp CD$□□A□□□

□$HE//BC,HE=BC$□□□□ $BCHE$ □□□□□□□□□□ $CH//BE$ □□B□□□

□□ $DG\perp HC,DG\perp BC$, $HC\cap BC=C$,□□ $DG\perp$ □□ BHC ,□□ $DG\perp BH$ □□C□□□

□□ $BG//AH$ □□ $DE\perp AH$,□□ $BG\perp DE$ □□D□□.

□□□BCD

32□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□P□□□□$ABCD-A_1B_1C_1D_1$□□□CDD_1C_1□□□□□□□□□□□$BP\perp A_1C$□□□□□□□□1□

□PC□□□□□□　　□

A□$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B□$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C□$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D□$\frac{1}{2}$

□□□□BC

□□□□

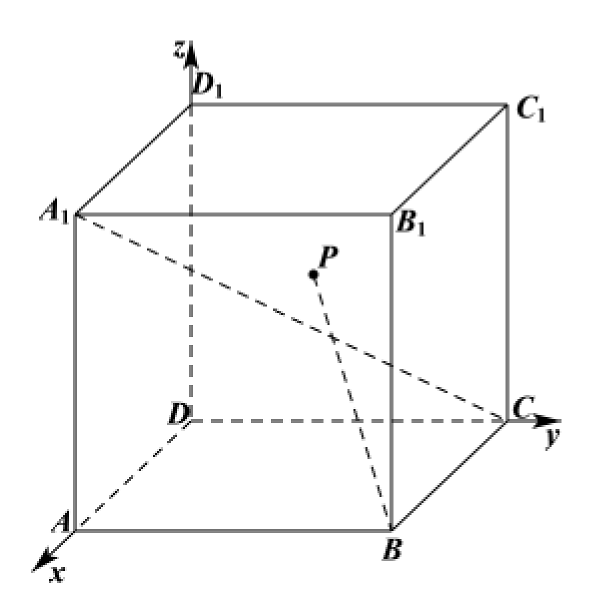
□□□□

□□D□□□□□□DA□DC□DD_1□□□□□□x□y□z□□□□□□□□□□□□□□$P(0,y,z)(0\le y\le 1,0\le z\le 1)$□□□□□□□□□

$y=z$□□□□□□□□□□□□□□$|PC|$□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□D□□□□□□DA□DC□DD_1□□□□□□x□y□z□□□□□□□□□□□□□□□□□□



□□$A_1(1,0,1)$□$C(0,1,0)$□$B(1,1,0)$□□□$P(0,y,z)(0\le y\le 1,0\le z\le 1)$□

$A_1C=(-1,1,-1)$□$BP=(-1,y-1,z)$□

□□ $BP\perp AC$ □□ $\vec{AC}\cdot\vec{BP}=1+y-1-z=y-z=0$ □□□□ $y=z$ □

□□□ $|\vec{PC}|=\sqrt{(y-1)^2+y^2}=\sqrt{2y^2-2y+1}=\sqrt{2\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$.

□□□BC.

33□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□ $b>c>\frac{3}{2}$ □ $\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$ □□□ （ ）

A□ $b\log_c a<c\log_b a$

B□ $bc^a<cb^a$

C□ $b^a>c^a$

D□ $\log_b a<\log_c a$

□□□□AC

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□ AD □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ B □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ C □□□□□.

□□□□

□□ A □□□□□ $b>c>\frac{3}{2}$ □ $\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$ □□ $\log_c a<0$ □ $\log_b a<0$ □ $b^b>b^c>c^c>1$ □

$\frac{b\log_c a}{c\log_b a}=\frac{b\lg a}{\lg c}\cdot\frac{\lg b}{c\lg a}=\frac{\lg b^b}{\lg c^c}>1$ □□□□ $b\log_c a<c\log_b a$ □A □□

□□ B □□□ $\frac{bc^a}{cb^a}=\frac{b}{c}\left(\frac{b}{c}\right)^{-a}=\left(\frac{b}{c}\right)^{1-a}>\left(\frac{b}{c}\right)^0=1$ □□ $bc^a>cb^a$ □B □□

□□ C □□□ $b^a>c^a$ □C □□

□□ D □□□ $\frac{\log_b a}{\log_c a}=\frac{\lg a}{\lg b}\cdot\frac{\lg c}{\lg a}=\frac{\lg c}{\lg b}<1$ □□□□ $\log_b a>\log_c a$ □D □.

□□□AC.

□□□□□

34□□2022·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)=\begin{cases}2^x-t, x\geq 0,\\ -x^2-4x-t, x<0\end{cases}$ □□□□□ x_1□x_2□x_3□□ x_1□x_2□x_3□□ $x_1x_2x_3$□□□□□□_____

______.

□□□□ $[0,8)$

□□□□

□□□□

□ $g(x)=\begin{cases}2^x, & x\ge 0,\\ -x^2-4x, & x<0\end{cases}$ □□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□ $y=t$ □□□□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□□ t □□□□□□□□□□

$x_1x_2x_3=\dfrac{t\ln t}{\ln 2}$ □□ $h(t)=\dfrac{t\ln t}{\ln 2}$,□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $g(x)=\begin{cases}2^x, & x\ge 0,\\ -x^2-4x, & x<0\end{cases}$

□□ $f(x)=\begin{cases}2^x-t, x\ge 0,\\ -x^2-4x-t, x<0\end{cases}$ □□□□□ x_1□x_2□x_3□

□ $y=g(x)$ □□□□□□ $y=t$ □□□□□.□□□□□□□ $y=g(x)$ □□□.

□□□□□□ $1\le t<4$

□ x_1, x_2 □ $-x^2-4x-t=0$ □□□□□□□□ $x_1x_2=t$

x_3 □□ $2^{x_3}-t=0$ □□ $x_3=\log_2 t$

□□ $x_1x_2x_3=t\log_2 t=\dfrac{t\ln t}{\ln 2}$

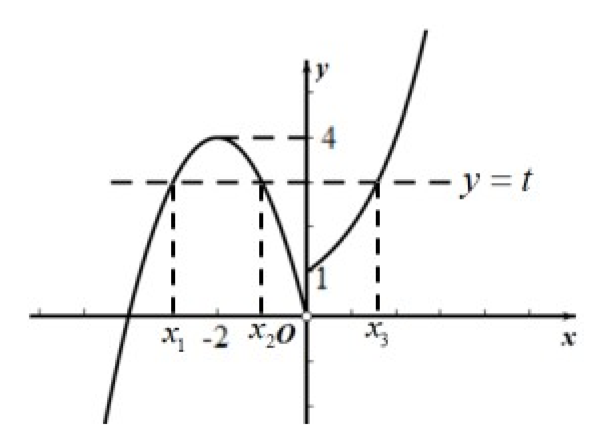
□ $h(t)=\dfrac{t\ln t}{\ln 2}$ □□ $h'(t)=\dfrac{1}{\ln 2}(1+\ln t)$

□ $1\le t<4$ □□ $h'(t)=\dfrac{1}{\ln 2}(1+\ln t)>0$

□□ $h(t)=\frac{t\ln t}{\ln 2}$ □ $[1,4)$ □□□□□□

□□ $h(t)\in[0,8)$

□□□□□ $[0,8)$



35．□2022·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)=\cos 2x+a\cos x$ □ $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□□ a □□□□□□___________.

□□□□ $a\geq -2$

□□□□

□□□□

□□□□□□□□ $f'(x)\leq 0$ □ $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□□ $a\leq -4\cos x$ □ $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□□.

□□□□

□ $f(x)=\cos 2x+a\cos x$ □□

$f'(x)=-2\sin 2x-a\sin x=-4\sin x\cos x-a\sin x$，

∵□□ $f(x)=\cos 2x+a\cos x$ □ $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□□

$\therefore f'(x)\leq 0$ □□ $\sin x>0$ □

$\therefore -4\sin x\cos x-a\sin x\leq 0$ □□ $a\geq -4\cos x$ □ $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □□□□□

□ $x\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$ □ $-4\cos x\in(-4,-2)$ □

$\therefore a\geq -2$ □

□□□□□ $a\geq -2$ □

36□□2022·□□·□□□□□□□□□ C□ $y^2=2px(p>0)$ □□□□ F□□□ F□□□ $l: x-my-m=0$ □□□□ C□□ A□□ A□□□

□□□□ B □□□□ $\frac{|AF|}{|BF|}=2$ □□ $\triangle ABO$□ O □□□□□□□□□□______□

□□□□ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ ## $\frac{3}{16}\sqrt{2}$

□□□□

□□□□

□□□ $m=\frac{p}{2}$ □□□□□□□□□□□□ $y_1+y_2=p^2$ □ $y_1y_2=-p^2$ □□□ $\frac{|AF|}{|BF|}=2$ □□ $p=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □□□□□ $\triangle ABO$□□□.

□□□□

□□□□□ $F\left(\frac{p}{2},0\right)$ □□ $\frac{p}{2}-m=0$ □□□□ $m=\frac{p}{2}$ □□□□ l□□□□ $x=\frac{p}{2}y+\frac{p}{2}$ □

□□ $\begin{cases} x=\frac{p}{2}y+\frac{p}{2}, \\ y^2=2px, \end{cases}$ □□ $y^2-p^2y-p^2=0$ □

□ $A(x_1,y_1)$ □ $B(x_2,y_2)$ □□ $y_1+y_2=p^2$ □ $y_1y_2=-p^2$ □

□□ $\frac{|AF|}{|BF|}=2$ □□□ $y_1=-2y_2$ □□□ $y_2=-p^2$ □□ $-2y_2^2=-2p^4=-p^2$ □□□: $p=\frac{\sqrt{2}}{2}$ □

□□ $y_1-y_2=\frac{3}{2}$ □□ $\triangle ABO$□□□□ $\frac{1}{2}|OF|\cdot|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{16}$

□□□□□ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ □

37□□2022·□□□□·□□□□□□ a_n □1□1□2□3□5□8□…□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□·□□□□(*Leonardo Fibonacci*)□□□□□□□□□□□□□□□□“□□□□”□□□□□□□□□□□□□ $a_1=a_2=1$ □ $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in N^*)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□60 □□□□□□□□□□□ $a_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n\right]$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a_{n+1}^2=a_{n+1}(a_{n+2}-a_n)=a_{n+2}a_{n+1}-a_{n+1}a_n$ □□□□□ a_1^2 □ a_2^2 □ a_3^2 □…□ a_{126}^2 □□□□□__________□

□□□□4

□□□□

□□□□

□□□ $a_{n+1}^2=a_{n+1}(a_{n+2}-a_n)=a_{n+2}a_{n+1}-a_{n+1}a_n$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□60 □□□□□□□□□.

□□□□

□□ $a_{n+1}^2=a_{n+1}(a_{n+2}-a_n)=a_{n+2}a_{n+1}-a_{n+1}a_n$ □□□ $a_1^2+(a_2a_3-a_2a_1)+(a_3a_4-a_3a_2)+\cdots+(a_{126}a_{127}-a_{126}a_{125})$

$=1-a_2a_1+a_{126}a_{127}=a_{126}a_{127}$.

□□□□□□□□□□60 □□□□□□□□ a_{126},a_6 □□□□□□□□ a_{127},a_7 □□□□□□□□□□□ $a_6=8,a_7=a_6+a_5=13$ □□ $8\times3=24$ □

□□ $a_{126}a_{127}$ □□□□□□4.

□□□□□4.

38□□2022·□□□□·□□□□□□□□□□□□□□ xOy □□□□□ kx□$y+2k$□0□x□ky□2□0($k\in\mathbf{R}$)□□□ P □□□□ C□□□□ l □□□ C □□□ M□N□□□□ $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$□1□□□ O □□□ l □□□□□□□□□□□□________□

□□□□ $\left(\frac{1}{4},\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□ P □□□□ C □□□□□ l □ C □□□□□□□□□□□□□□ O □□□ l □□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□ $x\neq 0$ □□□ $kx-y=0$ □□ $k=\frac{y}{x}$ □□□ $x+ky-2=0$ □□□ $x+\frac{y^2}{x}-2=0$ □

□□□ $x^2+y^2-2x=0$ □□□□ $(0,0)$ □□□□□□□□□□□□□ P □□□□ $x^2+y^2-2x=0$ □□ $x\neq 0$.

□□□□□□□□ l □ $y=mx+n$ □□ $x^2+y^2-2x=0$ □□□

□ $(m^2+1)x^2+(2mn-2)x+n^2=0$ □□ $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$ □

$\Delta=(2mn-2)^2-4(m^2+1)n^2>0\Rightarrow n^2+2mn<1$ □

□ $x_1+x_2=\frac{2-2mn}{m^2+1},x_1x_2=\frac{n^2}{m^2+1}$ □

□ $OM\cdot ON=x_1x_2+y_1y_2=(m^2+1)x_1x_2+mn(x_1+x_2)+n^2=1$ □

□□□ $(m^2+1)\cdot\frac{n^2}{m^2+1}+mn\cdot\frac{2-2mn}{m^2+1}+n^2=1$ □□□□□□ $2mn+2n^2=m^2+1$ □

O □□□ l □□□□□□□ $d^2=\frac{n^2}{m^2+1}=\frac{n^2}{2mn+2n^2}$ □

□ $n=0$ □□ $0=m^2+1$ □□□□□ $d^2=\frac{1}{2\left(\frac{m}{n}+1\right)}$ □

□ $\frac{m}{n}=t$ □□ $\begin{cases}n^2(1+2t)<1\\ n^2(2+2t-t^2)=1\end{cases}$ □□ $\begin{cases}1+2t<2+2t-t^2\\ 2+2t-t^2>0\end{cases}$ □

□ $1-\sqrt{3}<t<1$ □□ $\frac{1}{4}<d^2<\frac{1}{2(2-\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ □

□□□□□$\left(\frac{1}{4},\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$.

□□□□

□□□.

39□□2022·□□□□·□□□□□□□□□$P-ABC$□□$PA\perp$□□ABC□$AC\perp CB$□$PA=AC=BC=4$□□A□□□□□□□□

36π□□□□□□PBC□□□□□______□

□□□□π

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$AH\perp$□□PBC□□□□□□□□□PBC□□□□□H□□□□□□□1□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□A□□□□□□□□□R□□$4\pi R^2=36\pi$□□□$R=3$

□□□□PC□□H□□$PA=AC$□$\therefore AH\perp PC$

□$PA\perp$□□ABC□$BC\subset$□□ABC□$\therefore PA\perp BC$

□$AC\perp CB$□$AC\cap PA=A$□□□$BC\perp$□□PAC□

□$AH\subset$□□PAC□$\therefore BC\perp AH$□□$BC\cap PC=C$□$\therefore AH\perp$□□PBC□

□$PA=AC=BC=4$□$\therefore AH=2\sqrt{2}$□$PB=4\sqrt{3}$

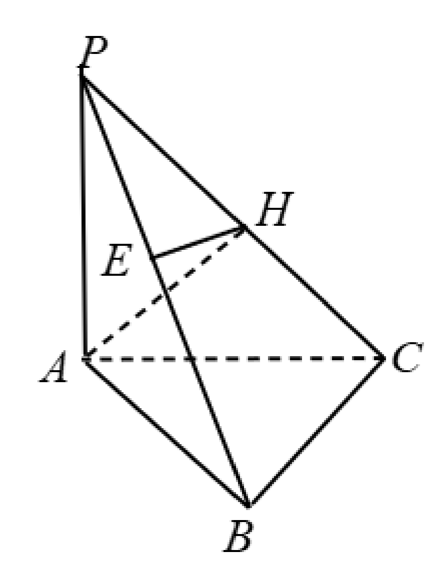
□$r=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=1$□

□$HE\perp PB$□□$\triangle PEH\sim\triangle PCB$□$\therefore\frac{EH}{CB}=\frac{PH}{PB}$□

$\therefore EH=\frac{PH\cdot CB}{PB}=\frac{2\sqrt{2}\times 4}{4\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}>1$

□□□□□□□PBC□□□□□H□□□□□□□1□□□□□□□□□□□$\pi\times 1=\pi$

□□□□□π



40□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=x(e^x+1)$ □ $g(x)=(x+1)\ln x$ □□ $f(x_1)=g(x_2)=m(m>1)$ □□ $\frac{x_1+x_1x_2}{\ln m}$ □

□□□□______□

□□□□e

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□ $x_1=\ln x_2$ □□□□□□□ $h(x)=\frac{x}{\ln x}$ □ $x>1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

$g(x)=(x+1)\ln x=(e^{\ln x}+1)\ln x=f(\ln x)$ □□ $f(x_1)=f(\ln x_2)=m(m>1)$ □□□ $f(x_1)=x_1(e^{x_1}+1)>1$ □□ $x_1>0$ □□

□ $x>0$ □□ $f'(x)=(x+1)e^x+1>0$ □□□□ $f(x)=x(e^x+1)$ □□□□□□ $x_1=\ln x_2$ □□ $\frac{x_1+x_1x_2}{\ln m}=\frac{m}{\ln m}$ □□ $h(x)=\frac{x}{\ln x}$

□ $x>1$ □□ $h'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$ □□ $x\in(1,e)$ □□ $h'(x)<0$ □□ $x\in(e,+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □□□ $h(x)$ □ $x=e$ □□□□□□□

$h(e)=\frac{e}{\ln e}=e$ □ $\frac{x_1+x_1x_2}{\ln m}$ □□□□□ e.

□□□□□e

41□□2022·□□□□·□□□□□□□□□ $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ □□□□□□□ C□x^2□$2py(p$□$0)$□□□ F□□□P□ C□ C□

□□□□□.□ C □□□□□ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ □□ $|PF|$ □2□□ p □________.

□□□□3

□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a,b □ p □□□□□□□□□□□ P □□□□□□□□□□□□□□□□ p □□

□□□□

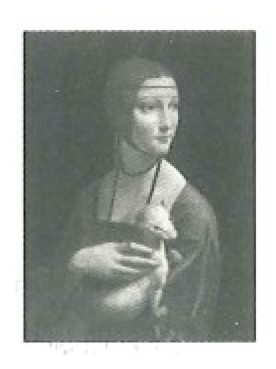
□□□ $b=\frac{p}{2}$ □□ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ □□□ $a=\frac{\sqrt{6}}{4}p$ □

□ $|PF|=2$ □□□ $y_P=2-\frac{p}{2}$ □□ $x_P^2=2py_P=2p(2-\frac{p}{2})=4p-p^2$ □

□□ $\frac{4p-p^2}{\frac{6}{16}p^2}+\frac{(2-\frac{p}{2})^2}{\frac{1}{4}p^2}=1$ □□□□ $p^2-p-6=0$ □□□ $p=3$ □□□□□□□

□□□□□3□

42□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □ □□ $(1452.4-1519.5)$ □□□ □□□“□□□□□□”□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=a\cosh\frac{x}{a}$ □□□ a □□□□□□□ $\cosh x$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.□□□ $x=m(m<0)$ □□□□□□□ C_1 □□□□□□□ C_2 □□□□□□ A□ B □□□ C_1 □□ A □□□□ l_1 □□□ C_2 □□ B □□□□ l_2 □□□□ P □□ $\triangle PAB$ □□□□□□□□□□ m □□□□□□________.



□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{2}\ln(\sqrt{5}-2)\right)$

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $P(m+1,e^{m})$ □□□□□□□□□□□□ $\angle A$□ÐB□□□□□ $\angle P$□□□□□ $1+\frac{1}{4}\left(e^{2m}-e^{2m}\right)<0$□

□□□□.

□□□□

□□□□□ $A\left(m□\frac{1}{2}\left(e^{m}+e^{m}\right)\right)$□$B\left(m□\frac{1}{2}\left(e^{m}-e^{m}\right)\right)$□

$g(x)=\cosh x=\frac{e^{x}+e^{x}}{2}$□□ $g'(x)=\frac{e^{x}-e^{x}}{2}$□ $g'(m)=\frac{e^{m}-e^{m}}{2}$□

□ l_1□ $y=\frac{e^{m}-e^{m}}{2}(x-m)+\frac{1}{2}\left(e^{m}+e^{m}\right)$□

□□ l_2□ $y=\frac{e^{m}+e^{m}}{2}(x-m)+\frac{1}{2}\left(e^{m}-e^{m}\right)$□□ $P(m+1,e^{m})$□

□□ $AB=(0□-e^{m})$□$AP=\left(1□\frac{1}{2}\left(e^{m}-e^{m}\right)\right)$□$BP=\left(1□\frac{1}{2}\left(e^{m}+e^{m}\right)\right)$□

□□ $AB\cdot AP=\frac{1}{2}\left(e^{2m}-1\right)$□$BA\cdot BP=\frac{1}{2}\left(e^{2m}+1\right)$□$PA\cdot PB=1+\frac{1}{4}\left(e^{2m}-e^{2m}\right)$□

□□ $m<0$ □□□ $AB\cdot AP>0$□$BA\cdot BP>0$□

□□$\angle A$□ÐB□□□□□□$\angle P$□□□.

□$1+\frac{1}{4}\left(e^{2m}-e^{2m}\right)<0$□□ $e^{2m}<\sqrt{5}-2$□ □ $m<\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{5}-2\right)$□

□□□ m □□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{2}\ln(\sqrt{5}-2)\right)$.

□□□□□ $\left(-\infty,\frac{1}{2}\ln(\sqrt{5}-2)\right)$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□□

□□□□□ $\angle A$ □□□□□□□□ $AB\cdot AC<0$ □

□□□□□ $\angle A$ □□□□□□□□ $AB\cdot AC=0$ □

□□□□□ $\angle A$ □□□□□□□□ $AB\cdot AC>0$ □

43□□2022·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□ $a_n>0$□$a_1=1$□$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+1}$□$n\in N^*$.□$\frac{1}{b_n}-\frac{2}{a_n}=1$□□ $\forall n\in N^*$ □□□□

$$\frac{t^{2n+1}}{(1+b_1)(1+b_2)(1+b_3)\cdots(1+b_n)}-\frac{t^{2n}}{\sqrt{2+\frac{1}{b_n}}}\le 0$$

□□□□□□□□ t □□□□□__________.

□□□□ $\frac{4\sqrt{5}}{15}$

□□□□

□□□□

□□□□□□ $\{a_n\}$ □□□□□□□□ $\{b_n\}$ □□□□□□□□□ $t=0$ □ $t\neq 0$ □□□□□□□□□□□□ $t\neq 0$ □□□

$$c_n=\frac{\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)}{\sqrt{2n+3}}$$

□□□□□□□□□□ t □□□□.

□□□□

由 $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a_n+1}$，可得 $\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=1$，

∴数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 是首项 $\dfrac{1}{a_1}=1$，公差 $d=1$ 的等差数列，则 $\dfrac{1}{a_n}=1+(n-1)=n$，

∴ $a_n=\dfrac{1}{n}$，由已知有：$b_n=\dfrac{1}{2n+1}$，

当 $t=0$ 时，显然符合题意，

当 $t\neq0$ 时，由已知得：$t\le\dfrac{\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)}{\sqrt{2n+3}}$．

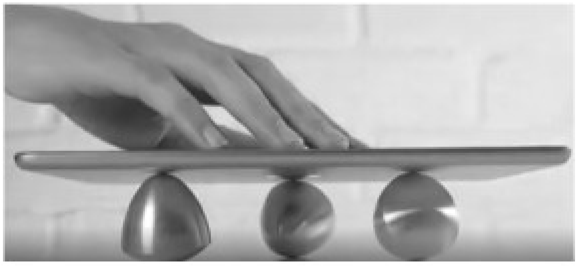
设 $c_n=\dfrac{\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)}{\sqrt{2n+3}}$，则 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=\dfrac{2n+4}{\sqrt{2n+3}\cdot\sqrt{2n+5}}>1$，

∴数列 $\{c_n\}$ 递增，则 c_n 的最小值为 $c_1=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$，故只需 $t\le\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$．

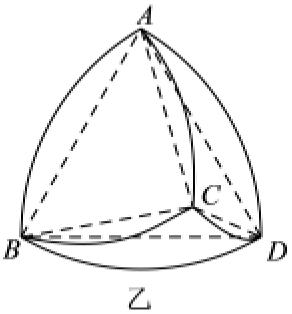
故答案为：$\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$．

四、双空题

44.（2022·重庆巴蜀中学高三阶段练习）勒洛四面体是一个非常神奇的“四面体”，它能在两个平行平面间自由转动，并且始终保持与两平面都接触，因此它能像球一样来回滚动（如图甲），利用这一原理，科技人员发明了转子发动机.勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心，以正四面体的棱长为半径的四个球的相交部分围成的几何体如图乙所示，若正四面体 $ABCD$ 的棱长为 2，则勒洛四面体能够容纳的最大球的半径为____________；用过 A,B,C 三点的平面去截勒洛四面体，所得截面的面积为____________．



甲



乙

□□□□ $2-\frac{\sqrt{6}}{2}$ $2\pi-2\sqrt{3}$

□□□□

□□□□

□□ E □□□ BE □□ B,O,E □□□□□□ O □□□□□□□□

□□□□ $ABCD$ □□□ A□ B□ C □□□□□□□ 3 □

□□□ 2 □□□□□ 60 □□□□□□□□□□□□□ 2 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ 1□□□□ E □□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ O □□□□□ $ABCD$ □□□□□□□ OE □

□□ BE □□ B,O,E □□□□□□□ $BE=2$ □ BO □□□□□□□□□□□□□

□□□□□□ $ABCD$ □□□□ 2 □□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□

□□□□□□ $ABCD$ □□□□□□□□□□□□ $\sqrt{2}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ $BO=\frac{\sqrt{6}}{2}$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $OE=2-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

□□□□□□□□□□□□□□ A□ B□ C □□□□□□□□ 3 □□□□ 2 □□□□□ 60 □□□□□□□□□□□□□ 2 □□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ $2\pi-2\sqrt{3}$.

□□□□□ $2-\frac{\sqrt{6}}{2}$ □ $2\pi-2\sqrt{3}$

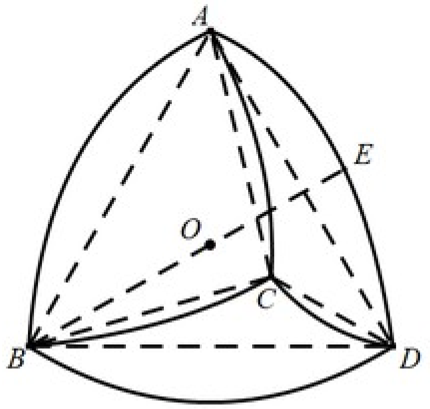


图1

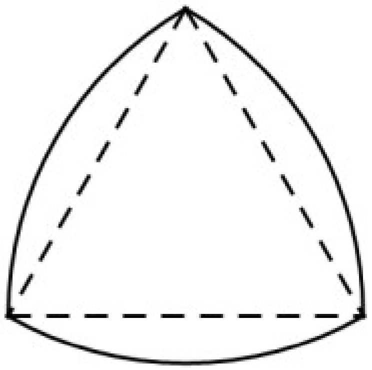


图2

45．(2022·江苏如东·高三期末) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，AC_1⊥平面 α，当平面 α 过点 B_1 时，平面 α 截此正方体所得截面多边形的面积为____________；当平面 α 过线段 BC 中点时，平面 α 截此正方体所得截面多边形的周长为____________．

【答案】 $2\sqrt{3}$ $6\sqrt{2}$

【解析】

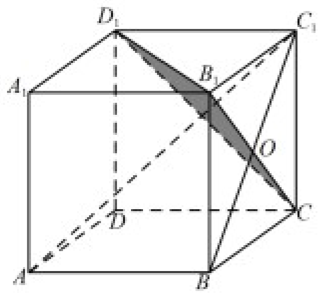
【分析】

由平面知识得出平面 α 截此正方体所得截面就是平面 B_1CD_1，再由面积公式得出平面 α 截此正方体所得截面多边形的面积，取 $BC, DC, DD_1, A_1D_1, A_1B_1$ 的中点为 E, F, G, H, M，证明平面 α 截此正方体所得截面就是平面 $EFGHMN$，最后由边长关系得出周长．

【详解】

如下图所示，由 $AB\perp$平面 B_1BCC_1，则 $AB\perp B_1C$，又 $BC_1\perp B_1C$，$AB\cap BC_1=B$，所以 $B_1C\perp$平面 ABC_1，所以 $B_1C\perp AC_1$，同理可证，$AC_1\perp D_1B_1$，由线面垂直判定可知 $AC_1\perp$平面 B_1CD_1，即平面 α 截此正方体所得截面就是平面 B_1CD_1，由 $B_1C=CD_1=B_1D_1=2\sqrt{2}$ 可知，

$S_{\triangle B_1CD_1}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times\sin60^\circ=2\sqrt{3}$.



□□□ BC,DC,DD_1,A_1D_1,A_1B_1 □□□□ E,F,G,H,M □□□ EF,GF,HG,HM,MN,NE,HE □□□ FE,AB,MN □□□□□

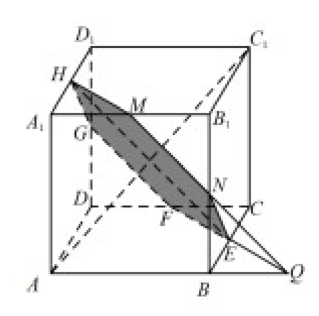
FE,AB,MN □□□□□□□□ Q □□□□□□□□□ $MN//HE,HE//GF$ □□□ H,E,N,M □□□ G,F,E,H □□□□□ $HENM\cap$ □□

$GFEH=HE$ □□ $Q\in$ □□ $HENM$ □ $Q\in$ □□ $GFEH$ □□□ E,F,G,H,M,N □□□□□□□ $HM\perp AC_1,NE\perp AC_1$ □

□□□□□□□□□ $AC_1\perp$ □□ $EFGHMN$ □□□□ α □□□□□□□□□□□□□ $EFGHMN$ □□□

$EF=GF=HG=HM=NE=NM=\sqrt{2}$ □□□□□ α □□□□□□□□□□□□□□□□ $6\sqrt{2}$.

□□□□□ $2\sqrt{3}$ □ $6\sqrt{2}$



46．（2022·□□□□·□□□□）$\triangle ABC$ □□□□□□□ a,b,c □□□□□□□□□□□ a,b,c □□□□□□□□□□□□□□□ V_a, V_b, V_c.□

$V_a=\frac{1}{4}, V_b=\frac{1}{3}, V_c=\frac{1}{2}$ □□ $\cos A$ □□□__________ □□ $\angle BAC=\frac{\pi}{6}$ □ $V_bV_c=1$ □□ $V_b^2+V_c^2-\frac{1}{V_a^2}$ □□□___________.

□□□□ $\frac{-1}{4}$ ##-0.25 $\sqrt{3}$

□□□□

□□□□

□ a,b,c □□□□□□□ h_a,h_b,h_c □□□□□□□□□ S □□□ $V_a=\frac{1}{4}, V_b=\frac{1}{3}, V_c=\frac{1}{2}$

□□ a,b,c □□□□□□□□□ $cosA$ □□□□□□□□ $aV_a=bV_b=cV_c$ □□□□□□□□□□□□□□.

【详解】

设 a,b,c 边上的高分别为 h_a, h_b, h_c，该三角形的面积为 S，

则 $V_a=\frac{1}{3}\cdot\pi h_a^2\cdot a=\frac{4\pi}{3a}S^2=\frac{1}{4}$ 即 $a=\frac{16\pi}{3}S^2$，同理可知，$b=\frac{12\pi}{3}S^2, c=\frac{8\pi}{3}S^2$，

所以 $a:b:c=4:3:2$，所以 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{-1}{4}$，

由上述过程可知，$aV_a=bV_b=cV_c$，因为 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

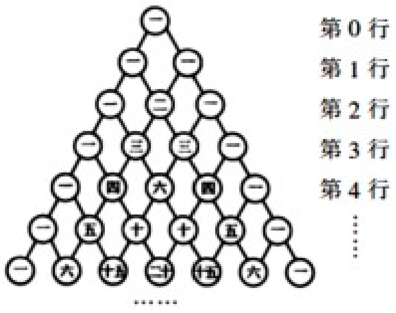
所以 $\frac{1}{V_b^2}+\frac{1}{V_c^2}-\frac{1}{V_a^2}=\frac{\sqrt{3}}{V_bV_c}$，

因为 $V_bV_c=1$，

所以 $V_b^2+V_c^2-\frac{1}{V_a^2}=\sqrt{3}$.

故答案为：$\frac{-1}{4}$；$\sqrt{3}$.

47．（2022·湖北·十堰市教育科学研究院高三期末）如图，杨辉三角最早出现于我国南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》．它揭示了 $(a+b)^n$（n 为非负整数）展开式的项数及各项系数的有关规律．由此可得图中第 9 行从左到右数第 5 个数是_______，第 9 行排在奇数位置的所有数字之和为_______．



【答案】　126　256

【解析】

【分析】

根据题意，分析图中杨辉三角的各行数字之间的规律关系，即可得到答案．

【详解】

由题意得

第 0 行有 1 个数，为 1，

第 1 行有 2 个数，依次是C_1^0、C_1^1，

第 2 行有 3 个数，依次是C_2^0、C_2^1、C_2^2，

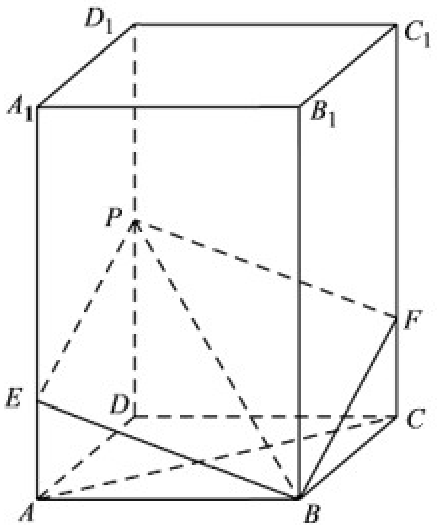
……

则第 9 行有 10 个数，其中第 5 个数为$C_9^4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$，

第 9 行排在奇数位置的所有数字之和为$C_9^0+C_9^2+C_9^4+\cdots+C_9^8=2^{9-1}=256$.

故答案为：126，256.

48.（2022·广东清远·高三期末）如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AD=2$，$AA_1=4$，P为DD_1的中点，过PB的平面α分别与棱AA_1，CC_1交于点E，F，且$AC\parallel\alpha$，则平面α截长方体所得上下两部分的体积比值为__________；所得的截面四边形$PEBF$的面积为____________.



【答案】 3 $2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】

第一空：过点B作AC的平行线分别与DA，DC的延长线交于G，H，连接PG，PH，并分别与AA_1，CC_1交于E，F，可得平面PGH即平

α 面，利用体积公式求出 $V_{□}$，进而可得 $\frac{V_{□}}{V_{□}}$；

第二空：根据四边形 $PEBF$ 为菱形，利用面积公式计算即可．

【详解】

如图，过点 B 作 AC 的平行线分别与 DA, DC 的延长线交于 G，H，连接 PG, PH，并分别与 AA_1, CC_1 交于 E，F，

因为 $AC\parallel GH$，且 $AC\not\subset$ 平面 PGH，$GH\subset$ 平面 PGH

所以 $AC\parallel$ 平面 PGH，

所以平面 PGH 即平面 α．

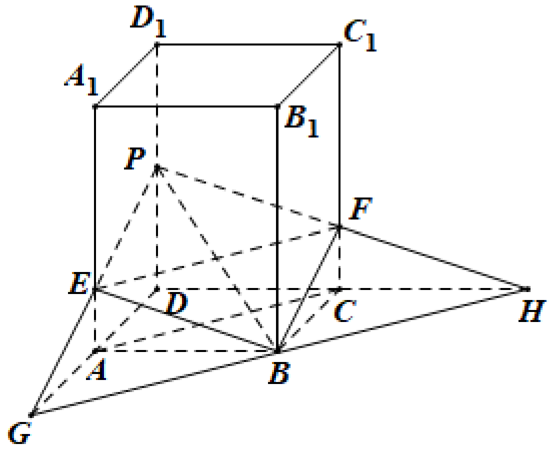
因为 $AB=AD=2, AA_1=4$，所以 $AE=1$，

所以 $V_{□}=2V_{B-ADPE}=2\times\frac{1}{3}\times\frac{(1+2)\times 2}{2}\times 2=4, \frac{V_{□}}{V_{□}}=\frac{2\times 2\times 4-4}{4}=3$．

因为四边形 $PEBF$ 为菱形，且 $EF=2\sqrt{2}, PB=2\sqrt{3}$，

所以 $S_{PEBF}=\frac{1}{2}EF\times PB=2\sqrt{6}$．

故答案为：3；$2\sqrt{6}$．



49．(2022·江苏通州·高三期末) 将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角 $A'-BD-C$，设三棱锥 $A'-BDC$ 的外接球和内切球的半径分别为 r_1，r_2，球心分别为 O_1，O_2.若正方形 $ABCD$ 的边长为 1，则 $\frac{r_2}{r_1}=¿$________；O_1O_2=__________．

【答案】 $2-\sqrt{3}$##$-\sqrt{3}+2$ $2-\sqrt{3}$##$-\sqrt{3}+2$

【解析】

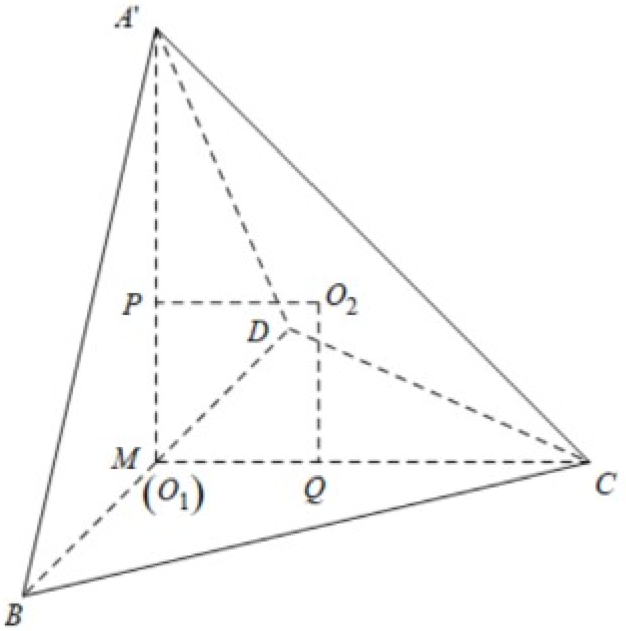
【分析】

由题可得$r_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，然后利用等积法可得$r_2=\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$，最后利用球的性质即求.

【详解】

设$AC\cap BD=M$，则$MA=MB=MC=MD=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴三棱锥 $A'-BDC$ 的外接球$r_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 M即为O_1，



∵将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角 $A'-BD-C$，又$A'M\perp BD$，

∴$A'M\perp$平面BCD，$MC\subset$平面BCD，

∴$A'M\perp MC$，$A'C=1$，

∴$S_{\triangle A'BD}=S_{\triangle CBD}=\dfrac{1}{2}$，$S_{\triangle A'BC}=S_{\triangle A'CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

∴$\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)r_2=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，解得$r_2=\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$，

∴$\dfrac{r_2}{r_1}=\dfrac{\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}=2-\sqrt{3}$，

原创精品资源学科网独家享有版权，侵权必究！

设球O_2与平面$A'BD$，平面BCD分别切于F，Q，则O_2PMQ为正方形，

$\therefore O_2M=O_2O_1=\sqrt{2}r_2=2-\sqrt{3}$.

故答案为：$2-\sqrt{3}$，$2-\sqrt{3}$.

50．（2022·浙江·高三专题练习）把底面半径为$4\ cm$的圆锥放倒在一平面上，使圆锥在此平面内绕圆锥顶点S滚动，当这个圆锥在平面内转回原位置时，圆锥本身滚动了 2 周，则圆锥的母线长为____________cm，该圆锥内切球半径等于____________cm.

【答案】 8 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

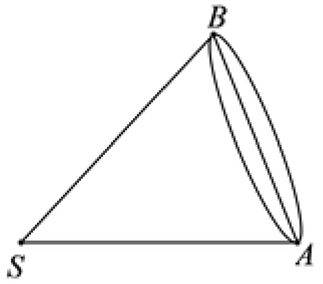
【解析】

【分析】

设圆锥的母线长为l，根据圆锥侧面积求法及已知可得$\pi l^2=8\pi l$求得母线长，进而可知轴截面为等边三角形，结合圆锥内切球性质即可求其半径.

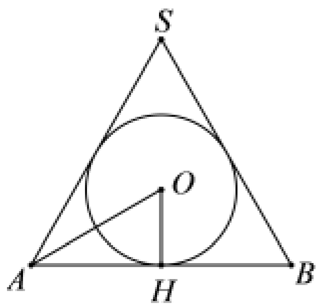
【详解】

设圆锥的母线长为l，如图，以S为圆心，SA为半径的圆的面积$S=\pi l^2$.



又圆锥的侧面积$S=\pi rl=4\pi l$.

根据圆锥在平面内转到原位置时，圆锥本身滚动了 2 周，则$\pi l^2=2\times 4\pi l$，可得$l=8\ cm$.



$\therefore$圆锥轴截面为等边三角形，若内切球半径为R，如上图有：$R=OH=\dfrac{\sqrt{3}}{6}AB=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}cm$，

□□□□□8□$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.